درجہ

متوسطہ گائیڈ

تنظیم المدارس (اہلِ سنت)، پاکستان کے جدید نصاب کے عین مطابق

اُردو

معاشرتی علوم

جنرل سائنس

جنرل ریاضی

8

انگلش

نظرِثانی:

علامہ عبدالغفار سیالوی

فاضل بھیرہ شریف

پروفیسر حافظ تصور صغیر ایڈووکیٹ

پروفیسر محمد اعجاز النبی

مترجم:

علامہ مفتی محمد فیاض چشتی



ریاضی

درجہ متوسطہ

یونٹ IV

تناسب
(Propoortion)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں:۔

مرکب تناسب کا تصور

روزمرہ زندگی سے متعلقہ مرکب تناسب پر عبارتی سوالات

دونسبتوں کی برابری کوتناسب کہتے ہی۔

اگر چار مقداریں a,b,c اور d تناسب میں ہوں تو ان کو یوں لکھتے ہیں۔

a:b : : c:d

یہ دراصل دونسبتوں a:b اور c:d کا باہمی تعلق ہوتا ہے۔

تناسب کی مندرجہ ذیل دو قسمیں ہیں۔

(i) تناسب راست (ii) تناسب معکوس

4.1 تناسب راست (Direct proportion)

اگر دی ہوئی دو نسبتیں اس طرح ہوں کہ ایک تناسب کی مقدار کے بڑھنے سے یا کم ہونے سے دوسری نسبت کی مقدار بھی اسی نسبت سے بڑھے یا کم ہو تو ان نسبتوں کے درمیان قائم ہونے والے تناسب کو تناسب راست کہتے ہیں۔ اس تناسب میں۔

اگر a:d : : c:d

ہوتو

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{a}$$

مثال: ایک درجن انڈوں کی قمت 28 روپے ہوتو 21 روپے میں کتنے انڈے ملیں گے

رقم بڑھ رہی ہے۔ اورانڈوں کی مقدار بھی بڑھ رہی ہے	تناسب راست

x =فرض کیاانڈوں کی تعداد

قیمت: قیمت: انڈے: انڈے

12 : x : : 28 : 21

$$\frac{12}{X} = \frac{28}{21}$$

$$X \times 28 = 12 \times 12$$

$$X = \frac{12 \times 12}{28}$$

= 9 انڈے

4.2 تناسب معکس (Inverse Proportion)

دونسبتوں کاایسا تعلق جس میں ایک نسبت کی مقدار بڑھنے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہورہی ہوتوایسی نسبتوں کے درمیان قائم ہونے والے تناسب کوتناسب معکوس کہتے ہیں۔

یعنی چارمقدار میں اگرتناسب معکوس ہوں تو

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$$

تناسب معکوس کی وضاحت درج مثالوں سے کی جاتے ہے۔

مثال:۔

ایک گھر میں 10 آدمیوں کے لئے 21 دن کی خوراک موجود ہے اگر 3 آدمی چلے جائیں تووہ خوراک کتنے دنوں کے لئے کافی ہوگی۔

حل: 10 آدمیوں میں سے 3 آدمی چلے گئےتو باقی آدمیوں کی تعداد 7=3-10 ہوگی۔

آدمی کی تعداد کم ہوگی تو راشن زیادہ دنوں کے لئے کافی ہوگا	← تناسب معکوس

فرض کیا دنوں کی مطلوبہ تعداد x ہے۔

آدمی	دن
10 7	21 x

$$\frac{x}{21} = \frac{10}{7}$$

$x = \frac{10 \times 21}{7}$ 30 دن

پس راشن 30 دنوں کے لئے کافی ہوگا۔

4.3 تناسب مرکب (Compound Proportion)

دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے باہمی تعلق کو تناسب مرکب کہتے ہیں۔ تناسب مرکب سے متعلق سوالات حل کرنے کی وضاحت مندرجہ ذیل مثالوں کی مدد کی جاتی ہے۔

مثال: 1

اگر 35 مزدور 5 گھنٹے مین 8.5 مکعب سینٹی میٹرز مین کھود لیتے ہیں تو بتائیں کہ 30 مزدور 6 گھنٹے میں کتنے معکب سینٹی میٹرز مین کھودلیں گے؟

مزدوروں کی تعداد کم ہوگی۔ زمین کی کھدائی بھی کم ہوگئ	← تناسب راست
کام کا وقت زیادہ ہوگا کام کی مقدار بھی زیادہ ہوگی	← تناسب راست

فرض کیا زمین کی کھدائی $x cm^3$ ہو تو

مزدور	گھنٹے	cm^3
35 ↑ 30	5 ↑ 6	805 ↑ x

$$\frac{x}{805} = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35}$$

$$x = \frac{6}{5} \times \frac{30}{35} \times 805$$

$$x = 6 \times 6 \times 23$$

$$= 628\ cm^3$$

مثال2:۔

8000روپے 4افراد ایک کنبے کے لئے 40دن کے لئے کافی ہیں۔اسی حساب سے 15000 روپے میں کتنے دن تک 5افراد کا گزارہ ہو سکے گا؟

حل:

روپوں کی تعداد بڑھ رہی ہے۔ دنوں کی تعداد بھی بڑھ رہی ہے۔	← تناسب راست
افراد کی تعداد بڑھ رہی ہے۔ دنوں کی تعداد کم ہو رہی ہے۔	← تناسب راست

x= فرض کیا دنوں کی تعداد

روپے	افراد	دن
8000 ↑ 15000	4 ↓ 5	40 ↑ x

$$\frac{40}{x} = \frac{4}{5} \times \frac{15000}{8000}$$

$$\frac{40 \times 4 \times 15000}{5 \times 5000}$$

$$X = 60$$ دن

مشق 4

1:۔ 12 کوئنٹل سامان کا کرایہ 18 کلومیٹر سفر کے لئے 20 روپے ہو تو 80 کوئنٹل سامان کا کرایہ 20 کلومیٹر سفر کے لئے کتنا ہوگا؟

2:۔ 12 میٹر لمبی دیوار 14 معمار 12 دن میں بنا سکتے ہیں۔ 120 میٹر لمبی دیوار کو 7 دن میں کتنے معمار مکمل کریں گے؟

3:۔ 1440 آدمیوں کے پاس 32 دن کی خوراک موجود تھی۔ کتنے آدمی چلے جائیں کہ وہی خوراک 40 دن کے لئے کافی ہو۔ جب کہ راشن فی کس $1\frac{1}{2}$ گنا کردیا جائے گا؟ اشارہ: راشن کی نسبت ہمیں پہلا رکن 1 اور دوسرا رکن 3/2 ہے)۔

4:۔ 15 مشینیں 6 دن چلنے سے 360 سویٹر تیار کرتی ہیں۔ 3 مشینیں خراب ہو جائیں تو باقی مشینیں 10 دن میں چلا کر کتنے سویٹر بنے جا سکتے ہیں؟

5:۔ 30 آدمی 6 گھنٹے روزانہ کام کر کے ایک سرکٹ 56 دن میں مرمت کرتے ہیں۔ بتائیں 45 آدمی 7 گھنٹے روزانہ کام کرتے اتنی ہی لمبی سڑک کتنے دنوں میں مرمت کریں گے؟

6:۔ اگر 60 عورتیں 8 گھنٹے روزانہ کام کر کے 48 کلوگرام کپاس چن لیتی ہوں تو 30 عورتیں 12 گھنٹے روزانہ کام کر کے کتنی کپاس چن لیں گی؟

7:۔ اگر 8 میٹر لمبے اور 3 میٹر چوڑے قالین کی قیمت 1572 روپے ہو تو 12 میٹر لمبے اور 6 میٹر چوڑے قالین کی قیمت کیا ہوگی؟

8:۔ اگر 15 کاریگر 9 دنوں میں 20،250 روپے کمائیں تو 10 کاریگر 12 دنوں میں کتنے روپے کمائیں گے؟

9:۔ 70 آدمی 150 میٹر لمبی دیوار 12 دنوں میں بنا لیتے ہیں۔ اسی حساب سے 600 میٹر لمبی دیوار 30 دن میں کتنے آدمی بنا لیں گے؟

10:۔ ایک چراہے کو 18 مویشی 6 ہفتے تک چرانے کے عوض 2700 روپے ادا کئے جاتے

ہیں۔اسے 24 مویشی 8 ہفتے چرانے کے لئے کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

11:۔ ایک ٹھیکدار نے ایک عمارت 30 دن میں بنانے کا ٹھیکہ لیا اور 20 آدمی کام پر لگائے 10
۔10 دن میں کام کا صرف 1/4 حصہ ختم ہوا۔وہ کتنے آدمی اور لگائے کہ کام پورے وقت پر ختم
ہو جائے؟

مشق 4

1:- 12 کوئنٹل سامان کا کرایہ 18 کلومیٹر سفر کے لئے 20 روپے ہو تو 80 کوئنٹل سامان کا کرایہ 20 کلومیٹر سفر کے لئے کتنا ہوگا؟

کرایہ (روپوں میں)	فاصلہ (کلومیٹر میں)	وزن (کوئنٹل میں)
↑ 20	↑ 18	↑ 12
x	20	8

نامعلوم قیمت کے لئے ↑   راست تناسب کیلئے ↑

$\frac{18}{2} \quad \frac{20}{18} \quad \frac{x}{20}$

$\frac{x}{20} = \frac{8}{12} \times \frac{20}{18}$

مساوات = $\frac{\text{شہروں کے ابتدائی سروں کی قیمتیں}}{\text{شہروں کے آخری سروں کی قیمتیں}}$

$\frac{X}{\cancel{20}} = \cancel{20}\ \frac{\cancel{8}^{2}}{\cancel{12}_{3}} \times \frac{20}{\cancel{18}_{9}} = \cancel{20}^{10}$

$X = \frac{400}{27} = 14.8$

کرایہ = 14.8 روپے

2:- 12 میٹر لمبی دیوار 14 معمار 12 دن میں بنا سکتے ہیں۔ 120 میٹر لمبی دیوار کو 7 دن میں کتنے معمار مکمل کریں گے؟

معمار	دن	دیوار کی لمبائی میٹروں میں
↑ $\frac{14}{x}$	↑ $\frac{12}{7}$	↑ $\frac{12}{120}$

معکوس تناسب کیلئے = ↓

$$\frac{x}{14} = \frac{120}{12} \times \frac{12}{7}$$

$$\frac{x}{\cancel{14}} \times \cancel{14} = \frac{\overset{10}{\cancel{120}}}{\cancel{12}} \times 14$$

$$X = 10 \times 14$$

$$X = 140$$

140 معمار

3:۔ 1440 آدمیوں کے پاس 32 دن کی خوراک موجود تھی۔ کتنے آدمی چلے جائیں کہ وہی خوراک 40 دن کے لئے کافی ہو۔ جب کہ راشن فی کس $1\frac{1}{2}$ گنا کر دیا جائے گا؟ اشارہ: راشن کی نسبت ہمیں پہلا رکن 1 اور دوسرا رکن 3/2 ہے)۔

آدمی	فی کس خوراک	دن
↑ 1440	$1\frac{1}{2}$ $\frac{3}{2}$ ↓	↓ $\frac{32}{40}$
x		

$$\frac{32}{40} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{X}{1440}$$

$$\frac{X}{1440} = \frac{32}{40} \times 1\frac{2}{3}$$

$$\frac{X}{\cancel{1440}} \times \cancel{1440} = \frac{32}{\cancel{40}} \times \frac{2}{\cancel{3}} \times \cancel{1440}^{36\ 2}$$

x=768 موجودہ آدمی

جتنے آدمیوں کیلئے خوراک کافی ہے x=768

جتنے آدمی چلے جائیں۔ 1440-768=672 آدمی

4:- 15 مشینیں 6 دن چلنے سے 360 سویٹر تیار کرتی ہیں۔ 3 مشینیں خراب ہو جائیں تو باقی مشینیں 10 دن میں چلا کر کتنے سویٹر بنے جا سکتے ہیں؟

سویٹر	دن	مشین
360 ↑	6 ↑	15 ↑
x	10	15-3=12

$$\frac{12}{15} \times \frac{10}{6} = \frac{X}{360} \qquad X$$

$$\frac{X}{360} = \frac{12}{15} \times \frac{10}{6}$$

$$\frac{X}{\cancel{360}} \times \cancel{360} = \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{15}_{3}} \times \frac{\cancel{10}}{\cancel{6}} \times \cancel{360}^{60}$$

$$X=480$$

5:- 30 آدمی 6 گھنٹے روزانہ کام کر کے ایک سڑک 56 دن میں مرمت کرتے ہیں۔ بتائیں 45 آدمی 7 گھنٹے روزانہ کام کرتے اتنی ہی لمبی سڑک کتنے دنوں میں مرمت کریں گے؟

دن	روزانہ کام (گھنٹوں میں)	آدمی
56 ↑	6 ↓	30 ↓
x	7	45

$$\frac{30}{45} \times \frac{6}{7} = \frac{X}{56}$$

$$\frac{X}{56} = \frac{30}{45} \times \frac{6}{7}$$

$$\frac{X}{\cancel{56}} \times \cancel{56} = \frac{\cancel{30}^{2}}{\cancel{45}_{15}} \times \frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{7}} \cancel{56}$$

$$x=32$$

دن = 32

6:۔ اگر 60 عورتیں 8 گھنٹے روزانہ کام کرکے 48 کلوگرام کپاس چن لیتی ہوں تو 30 عورتیں 12 گھنٹے روزانہ کام کرکے کتنی کپاس چن لیں گی؟

کپاس (کلوگرام میں)	روزانہ کام (گھنٹوں میں)	عورتیں
48 ↑	8 ↑	60 ↑
x	12	30

$$\frac{30}{60} \times \frac{12}{8} = \frac{X}{48}$$

$$\frac{X}{\cancel{48}} \times \cancel{48}\ \frac{\cancel{30}^{1}}{\cancel{60}_{2}} \times \frac{\cancel{12}^{6}}{\cancel{8}} \times \cancel{48}^{6}$$

$$X=36$$

36 کلوگرام کپاس

7:۔ اگر 8 میٹر لمبے اور 3 میٹر چوڑے قالین کی قیمت 1572 روپے ہو تو 12 میٹر لمبے اور 6 میٹر چوڑے قالین کی قیمت کیا ہوگی؟

قیمت (روپوں میں)	چوڑائی (میٹروں میں)	لمبائی (میٹروں میں)
1572 ↑	3 ↑	2 ↑
x	6	12

$$\frac{12}{8} \times \frac{6}{3} = \frac{X}{1572}$$

$$\frac{X}{1572} = \frac{12}{8} \times \frac{6}{3}$$

$$\frac{X}{\cancel{1572}} \times \cancel{1572} = \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{8}_{2}} \times \frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{3}} \times 1572$$

$$X=4716$$

4716 روپے

8:۔ اگر 15 کاریگر 9 دنوں میں 20،250 روپے کمائیں تو 10 کاریگر 12 دنوں میں کتنے روپے کمائیں گے؟

کاریگر	دن	کمائی (روپوں میں)
15 ↑	9 ↑	20.250 ↑
10	12	x

$$\frac{10}{15} \times \frac{12}{9} = \frac{X}{20.250}$$

$$\frac{X}{20.250} = \frac{10}{15} \times \frac{12}{9}$$

$$\frac{X}{\cancel{20250}} \cancel{20250} = \frac{\cancel{10}^{2}}{{}_{3}\cancel{15}} \times \frac{\cancel{12}^{4}}{\cancel{9}_{3}} \times \cancel{20250}^{\cancel{6750}\,2250}$$

$$X = 1800$$

کمائی 18000 روپے

9:۔ 70 آدمی 150 میٹر لمبی دیوار 12 دنوں میں بنا لیتے ہیں۔ اسی حساب سے 600 میٹر لمبی دیوار 30 دن میں کتنے آدمی بنالیں گے؟

لمبائی (میٹروں میں)	دن	آدمی
150 ↑	12 ↑	70 ↑
600	30	x

$$\frac{600}{150} \times \frac{12}{30} = \frac{X}{70}$$

$$\frac{X}{70} = \frac{600}{150} \times \frac{12}{30}$$

$$\frac{X}{\cancel{70}} \times \cancel{70} = \frac{\cancel{600}^{4}}{\cancel{150}_{4}} \times \frac{\cancel{12}}{\cancel{30}} \times 70$$

$$X = 112$$

آدمی 112

10:۔ ایک چرواہے کو 18 مویشی 6 ہفتے تک چرانے کے عوض 2700 روپے ادا کئے جاتے ہیں۔ اسے 24 مویشی 8 ہفتے چرانے کے لئے کتنی رقم ادا کرنی ہوگی؟

معاوضہ (روپوں میں)	ہفتے	مویشی
2700 ↑	6 ↑	18 ↑
x	8	24

$$\frac{24}{18} \times \frac{8}{6} = \frac{X}{2700}$$

$$\frac{X}{2700} = \frac{24}{18} \times \frac{8}{6}$$

$$\frac{X}{2700} \times 2700 = \frac{24}{18} \times \frac{8}{6} \times 2700$$

$$X = \frac{2800}{3} = 4266.6$$

معاوضہ 4266.6 روپے

$$\frac{24 \times 8 \times 2700}{18 \times 6} = 4800$$

11:۔ ایک ٹھیکدار نے ایک عمارت 30 دن میں بنانے کا ٹھیکہ لیا اور 20 آدمی کام پر لگائے۔ 10 دن میں کام کا صرف 1/4 حصہ ختم ہوا۔ وہ کتنے آدمی اور لگائے کہ کام پورے وقت پر ختم ہوجائے؟

فرض کریں کل کام = 1

جتنا کام ہوا = $\frac{1}{4}$

باقی کام = $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

کل دن =

جتنے دن کام ہوا = 10

باقی دن = 30-10=20 دن

جتنے آدمی کام پر لگائے = X

آدمی	کام	دن
30 ↑	1 ↑	10 ↑
x	4	20

$$\frac{10}{20} \times \frac{3}{4} \Big/ \frac{1}{4} \quad \frac{30}{x}$$

$$\frac{X}{30} \quad \frac{10}{20} \quad \frac{3}{4} \Big/ \frac{1}{4}$$

$$\frac{X}{\cancel{30}} \times \cancel{30} = \frac{10}{\cancel{20}} \times \frac{3}{\cancel{4}} \times \frac{\cancel{4}}{1} \times \cancel{30}^{15}$$

$$X = 45$$

کل جتنے آدمی کام ختم کر سکتے ہیں = 45

موجودہ آدمی = 30

مزید جتنے آدمی چاہیے 45-30 = 15

معروضی سوالات

1:- درست/غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط کے سامنے "F" لکھیے۔

(i) دونسبتوں کی برابری نسبت کہلاتی ہے۔

(ii) اگر a,b,c,d تناسب راست میں ہوں تو bc=ab-

(iii) دو یا دو سے زیادہ تناسبوں کے آپسی تعلق کو مرکب تناسب کہتے ہیں۔

(iv) دونسبتوں کی برابری تناسب کہلاتی ہے۔

(v) تناسب کے لئے علامت " : : " استعمال ہوتی ہے۔

(vi) دو مقداروں میں نسبت کو ظاہر کرنے کے لئے علامت " : " استعمال ہوتی ہے۔

(vii) تناسب معکوس میں ایک نسبت دوسری نسبت کے ضربی معکوس کے برابر نہیں ہوتی۔

(viii) a:b کو کے برابر نہیں کہا سکتا۔

(ix) کتابوں کی تعداد اور ان کی قیمت میں تناسب معکوس ہوگا۔

(x) آدمیوں کی تعداد اور خوراک کی مقدار کا تناسب معکوس ہوگا۔

-2 تکمیل سوالات

خالی جگہ موزوں الفاظ کے/ اعداد سے پر کیجیے۔

(i) کو نسبت کی صورت میں۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔لکھتے ہیں۔

(ii) اگر تو c,b,a اور d تناسب۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔میں ہوں گے۔

(iii) مرکب تناسب دو یا دو سے زیادہ ________ کے درمیان تعلق ہے۔

(iv) ایک نسبت کی مقدار کے زیادہ ہونے سے دوسری نسبت کی مقدار اسی تناسب سے کم ہو تو ایسا تناسب ________ کہلاتا ہے۔

(v) اگر 20 آدمی ایک دیوار کو 5 دنوں میں بناتے ہوں تو 10 آدمی اسی دیوار کو

دنوں میں بنائیں گے۔

3۔ کثیر الانتخابی سوالات

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیے گئے ہیں صحیح جواب کے لئے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی خالی جگہ پر لکھیے۔

(۱) اگر c,b,a اور d تناسب راست میں ہوں تو۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔

(a) ac=cd (b) ab=bc (c) a+b = c+d (d) ab= cd

(۲) اگر c,b,a اور d تناسب معکوس میں ہوں تو۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔

(a) ac = bd (d) ad = bc (c) a+d = c + d (d) ab=cd

(۳) اگر 6,4,3 اور x تناسب راست مین ہوں تو x کی قیمت ہوگی۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔

(a) 3 (b) 4 (c) 6 (d) 8

(۴) اگر x,5,3 اور تناسب 9 تناسب معکوس میں ہوں تو x کی قیمت ہوگی۔۔۔۔۔۔۔۔۔

(a) 3 (b) 5 (c) 9 (d) 15

(۵) اگر 5,b,a,3 تناسب راست میں ہوں تو ab کی قیمت ہوگی۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔

(a) 3 (b) 5 (c) 15 (d) 8

سوال نمبر 4:۔ مندرجہ ذیل سوالات کے مختصر جواب دیں۔

۱:۔ تناسب معکوس کی تعریف کیجئے۔

۲:۔ تناسب معکوس کی تعریف کیجئے۔

۳:۔ تناسب کی تعریف کیجئے۔

۴:۔ تناسب مرکب کی تعریف کیجئے۔

۵:۔ 30 آدمی ایک کام کو 9 دنوں میں کریں تو 10 آدمی اسی کام کو کتنے دنوں میں کریں گے۔

یونٹ V جذر
(Square Root)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے۔

قدرتی اعداد کا جذر المربع معلوم کرنا۔

ایسی کسور عام اور کسور اعشاریہ کا جذر المربع معلوم کرنا جو مکمل مربع ہوں۔

غیر ناطق اعداد کا تصور۔

2.53,2 وغیرہ جیسے نامکمل مربع اعداد کا جذر المربع معلوم کرنا

ہم پچھلی جماعت میں پڑھ چکے ہیں کہ کسی عدد کا جذر ایک ایسا عدد ہے جس کا مربع دیا ہوا عدد ہو، جذر کے لئے علامت ☑ استعمال کی جاتی ہے۔ جذر المربع کے لئے صرف جذر کا لفظ بھی استعمال کیا جاتا ہے۔

5.1 قدرتی اعداد کا جذر المربع بذریعہ تقسیم معلوم کرنا۔

(finding square root of Natural Numbers by Division Method)

پچھلی جماعتوں میں ہم نے تجزی کی مدد سے چھوٹے اعداد کا جذر معلوم کرنا سیکھا۔ اس طرح سے بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنا آسان نہیں۔ آیئے اب بڑے اعداد کا جذر معلوم کرنے کے لئے ایک اور طریقہ سیکھتے ہیں۔ اسے تقسیم کا طریقہ کہتے ہیں۔

کسی قدرتی عدد کا جذر معلوم کرنے کے لئے:۔

(ا) عدد میں دیے گئے ہندسوں کے دائیں سے بائیں دو دو کے جوڑے بنایئے (اگر ہندسوں کی تعداد جفت ہوگی تو مکمل جوڑے بن جائیں گے اور اگر ہندسوں کی تعداد طاق ہوگی تو بائیں طرف آخر میں ایک ہندسہ رہ جائے گا۔

(۲) ایسا عدد تلاش کیجئے، جس کا مربع بائیں طرف سے آخری جوڑے یا ہندسے کے برابر یا اس سے کم ہو۔

(۳) باقی کا طریقہ کار نیچے دے گئی مثال ہمیں واضح کیا گیا ہے۔

مثال1: 625 کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

	25
	$\overline{6}\ \overline{25}$
2	-4
45	225
	-225
	0

41x1=41
42x2=84
43x3=129
44x4=176
45x5=225

اس لیے۔ $\sqrt{625}=25$

مثال2:۔ اعداد 1024 کا جذر معلوم کریں

	32
	1024
3	-9
62	124
	-124
	0

پس $\sqrt{1024}=32$

مثال:۔ 1529 کا جذر معلوم کریں۔

	123
	15129
3	- 1
62	51
	- 44
243	729
	- 729

پس $\sqrt{15129}=12$

مشق 5.1

1:۔ مندرجہ ذیل کے جذر بذریعہ تقسیم معلوم کریں۔

(i) 784	(ii) 1225	(iii) 2809
(iv) 4225	(v) 5184	(vi) 7744
(vii) 13689	(viii) 29241	(ix) 103041
(x) 418609	(xi) 10329796	(xii) 30349081

---

784 (i)

حل

	2 8
	7 84
2	- 4
48	3 84
	-384
	0

پس $\sqrt{784}=28$

1225 (i)

	3 5
	12 25
3	- 9
65	3 25
	-325
	0

پس $\sqrt{1225}=35$

(ii) 2809

حل

	5 3
5	28 09
	- 25
103	3 09
	-3 09
	0

پس $\sqrt{2809}=53$

(iv) 4225

	6 5
6	42 25
	- 36
125	6 25
	-625
	0

پس $\sqrt{4225}=65$

(v) 5184

	7 2
	51 84
	- 49
142	284
	-284
	0

پس $\sqrt{5184}=72$

(vi) 7744

حل

```
      8 8
    | 77 44
8   | - 64
168 | 1344
    | -1344
    | 0
```

پس $\sqrt{7744}=88$

(vii) 13689

```
      1175
    | 1 36 89
    | - 1
21  | 36
    | - 21
227 | 1589
    | - 1589
    | 0
```

پس $\sqrt{13689}=117$

(viii) 29241

```
      1 71
    | 2 92 41
1   | - 1
    | 192
27  | -189
341 | 341
    | - 341
    | 0
```

پس $\sqrt{292411}=171$

103041 (ix)

حل

```
        321
      | 10 30 4
  3   | - 9
      |------
 62   | 130
      |-124
      |------
641   | 641
      | - 641
      |   0
```

پس $\sqrt{103041}=321$

418609 (x)

```
        647
      | 41 86 09
  9   | - 36
      |------
      | 586
124   |- 496
      |------
      |  9009
1287  | - 9009
      |------
      |   0
```

پس $\sqrt{13689}=117$

103297 (xi)

3214
| 10 32 97 96
1 | - 9
| 132
62 | -134
641 | 897
| - 641
6424 | 25696
| - 25696
0

پس $\sqrt{10329796}=3214$

30349081 (xii)

5 5 9
| 30 34 90 81
5 | - 25
| 534
105 | -525
11009 | 99081
| - 99081
| 0

پس $\sqrt{30349081}=559$

5.2 کسور کا جذر

(Square root of Common Fraction s)

ہم جانتے ہیں کہ کسر عام $\frac{4}{9}$ میں 4 شمار کنندہ اور 9 مخرج ہے۔

کسر عام کا جذر اس کے شمار کنندہ کے جذر کو مخرج کے جذر سے تقسیم کرنے سے حاصل ہوتا ہے۔

اس لئے کسر کا جذر معلوم کرنے کے لئے ہم اس کے شمار کنندہ اور مخرج کے جذر علیحدہ معلوم کرتے ہیں۔

مثال 1: $\frac{9}{16}$ کا جذر معلوم کریں

حل۔

$$\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}}$$

$$= \frac{3}{4}$$

مثال 2 :۔

$$1\frac{11}{25} = \frac{36}{25}$$

$$\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}}$$

$$= \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$$

مثال 3: $28\frac{4}{9}$ کا جذر معلوم کریں۔

$$28\frac{4}{9} = \frac{256}{9}$$

$$\sqrt{\frac{256}{9}} = \frac{\sqrt{256}}{\sqrt{9}}$$

$$= \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

دلچسپ معلومات

n ہندسی عدد کے جذر میں ہندسوں کی تعداد	$= \frac{n}{2}$ اگر n ایک جفت عدد ہو
	$= \frac{n+1}{2}$ اگر n ایک طاق عدد ہو۔

کیا آپ بتا سکتے ہیں؟

5 ہندسی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے؟ ___3___

6 ہندسی عدد کے جذر میں کتنے ہندسے ہوں گے۔ ___3___

مشق 5.2

مندرجہ ذیل کسور کا جذر معلوم کریں

1. $\frac{144}{255}$ 2. $\frac{169}{256}$ 3. $\frac{784}{841}$ 4. $\frac{1024}{1225}$

5. $2\frac{34}{81}$ 6. $6\frac{1}{4}$ 7. $5\frac{41}{64}$ 8. $12\frac{24}{25}$

9. $9\frac{67}{121}$ 10. $1\frac{136}{225}$ 11. $101\frac{92}{169}$ 12. $2517\frac{196}{289}$

(i) $\frac{144}{255}$

حل $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{255}}$ $\sqrt{\frac{144}{255}}$

$$\begin{array}{r|l} & 12 \\ \hline 1 & 144 \\ & -1 \\ \hline 22 & 44 \\ & -44 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 15 \\ \hline 1 & 225 \\ & -1 \\ \hline 25 & 125 \\ & -125 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس $\frac{\sqrt{144}}{\sqrt{255}} = \frac{12}{15}$

(ii) $\frac{169}{256}$

حل $\sqrt{\frac{169}{256}}$ $\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{256}}$

	13
	169
1	-1
23	69
	-69
	0

	16
	226
1	-1
26	126
	-126
	0

پس $\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{256}} = \frac{13}{16}$

(iii) $\frac{784}{841}$

حل $\sqrt{\frac{784}{841}}$ $\frac{\sqrt{784}}{\sqrt{841}}$

	28
	784
2	-4
48	384
	-384
	0

	29
	841
2	-4
49	441
	-441
	0

پس $\frac{\sqrt{784}}{\sqrt{841}} = \frac{28}{29}$

(iv) $\frac{1024}{1225}$

حل $\sqrt{\frac{1024}{1225}}$ $\frac{\sqrt{1024}}{\sqrt{1225}}$

$$\begin{array}{r|l} & 32 \\ \hline & 1024 \\ 3 & -9 \\ \hline 62 & 124 \\ & -124 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 35 \\ \hline & 1225 \\ 3 & -9 \\ \hline 65 & 325 \\ & -325 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس $\frac{\sqrt{1024}}{\sqrt{1225}} = \frac{32}{35}$

(v) $2\frac{34}{81}$

حل $\sqrt{2\frac{34}{81}}$ $\frac{\sqrt{2x81+34}}{\sqrt{81}}$

$\frac{\sqrt{162+34}}{\sqrt{81}}$

$\frac{\sqrt{1196}}{\sqrt{81}}$

$\frac{\sqrt{196}}{\sqrt{9}}$

$$\begin{array}{r|l} & 14 \\ \hline & 196 \\ 1 & -1 \\ \hline 24 & 96 \\ & -96 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 9 \\ \hline & 81 \\ 9 & -81 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس $\sqrt{2\frac{34}{81}} = \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{9}}$

$= \frac{14}{9}$

$1\frac{5}{9}$

(vi) $6\frac{1}{4}$

حل $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ $\frac{\sqrt{6\times4+1}}{\sqrt{4}}$

$= \frac{\sqrt{24+1}}{\sqrt{4}}$

$= \sqrt{\frac{25}{4}}$

$= \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{4}}$

$= \frac{5}{2}$

$= 1\frac{5}{2}$

(vii) $5\frac{41}{64}$

حل $\sqrt{5\frac{41}{64}}$ $\frac{\sqrt{5\times64+41}}{\sqrt{64}}$

$= \frac{\sqrt{320+41}}{\sqrt{64}}$

$= \sqrt{\frac{361}{64}}$

$= \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{64}}$

$$\begin{array}{r|l} & 14 \\ \hline 1 & 361 \\ & -1 \\ \hline 29 & 261 \\ & -261 \\ \hline & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 8 \\ \hline 8 & 64 \\ & -64 \\ \hline & 0 \end{array}$$

پس $\sqrt{5\frac{41}{64}} = \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{64}}$

$= \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{64}}$

$= \frac{19}{8}$

$= 2\frac{3}{8}$

(vii) $5\frac{41}{64}$

حل $\sqrt{5\frac{41}{64}} \quad \frac{\sqrt{5x64+41}}{\sqrt{64}}$

$= \frac{\sqrt{320+41}}{\sqrt{64}}$

$= \sqrt{\frac{361}{64}}$

$= \frac{\sqrt{361}}{\sqrt{64}}$

	14		8
	361		64
1	-1	8	-64
29	261		0
	-261		
	0		

پس $\sqrt{5\frac{41}{64}} = \frac{361}{64}$

$\frac{19}{8}$

$= 2\frac{3}{8}$

(viii) $12\frac{24}{25}$

حل $\sqrt{12\frac{24}{25}}$ $\sqrt{\frac{12x25+24}{25}}$

$= \sqrt{\frac{300+24}{25}}$

$= \sqrt{\frac{300+24}{25}}$

$= \sqrt{\frac{324}{25}}$

$\frac{\sqrt{324}}{\sqrt{25}}$

	18		5
	784		25
1	-1	5	-25
28	224		0
	-224		
	0		

پس $\sqrt{12\frac{24}{25}} = \sqrt{\frac{324}{25}}$

$= \sqrt{\frac{324}{25}}$

$= \frac{318}{5} = 3\frac{3}{5}$

(ix) $9\frac{67}{121}$

حل $\sqrt{9\frac{67}{121}}$ $\sqrt{\frac{9x121+67}{121}}$

$\sqrt{\frac{1089+67}{121}}$

$$\sqrt{\frac{1156}{121}}$$

$$\frac{\sqrt{1156}}{\sqrt{121}}$$

	34		11
	1156		121
3	-9	1	-1
94	256	21	21
	-256		-21
	0		0

$$\frac{\sqrt{1156}}{\sqrt{121}} = \frac{34}{11}$$

$$= 3\frac{1}{11}$$

$$1\frac{136}{225} \qquad (x)$$

$$\sqrt{1\frac{136}{225}} \quad \sqrt{\frac{1 \times 225+136}{225}}$$

$$\sqrt{\frac{225+136}{225}}$$

$$\sqrt{\frac{361}{225}}$$

$$\frac{\sqrt{361}}{\sqrt{225}}$$

	19		15
	361		225
1	-1	1	-1
29	261	25	125
	-261		-125
	0		0

$$\sqrt{1\frac{136}{225}} = \sqrt{\frac{361}{225}}$$

$$\frac{\sqrt{361}}{\sqrt{225}}$$

$$\frac{19}{15}$$

$$1\frac{4}{15}$$

$$101\frac{92}{169} \quad \text{(xi)}$$

$$\sqrt{101\frac{92}{169}} \quad \sqrt{\frac{101X169+92}{169}}$$

$$\sqrt{\frac{17069+92}{169}}$$

$$\sqrt{\frac{1716}{169}}$$

$$\frac{\sqrt{1716}}{\sqrt{169}}$$

	131			13
	1716			169
1	-1		1	-1
23	71		23	69
	-69			-69
261	261			0
	-261			
	0			

$$101\frac{92}{169} \quad \sqrt{\frac{1716}{169}}$$

$$\frac{\sqrt{1716}}{\sqrt{169}}$$

$$\frac{131}{13}$$

(xii) $2517\frac{196}{289}$

$$\sqrt{2517\frac{196}{289}} \quad \sqrt{\frac{2517\times289+196}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{2517\times289+196}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{727413+196}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{727413+196}{289}}$$

$$\sqrt{\frac{727609}{289}}$$

233
2 | 727609
  | -4
109 | 327
  | -327
203 | 609
  | -609
  | 0

13
1 | 289
  | -1
63 | 189
  | -189
  | 0

پس $\sqrt{2517\frac{196}{289}} = \frac{233}{13}$

$$\frac{233}{13}$$

5.3 کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنا۔

(Finding square Root of Decimal Fractions)

کسور اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لئے۔

(۱) صحیح عددی حصے کے ہندسوں کے جوڑے دائیں سے بائیں بنائیے۔

(۲) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف کے ہندسوں کے جوڑے بائیں سے دائیں بنائیے۔

(۳) نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف مکمل جوڑے بنانے کے لئے "0" لگائیں۔

(۴) نقطہ اعشاریہ کے بعد کا جوڑا اتارنے سے پہلے حاصل تقسیم میں نقطہ اعشاریہ لگائیے۔

(۵) دو جوڑے بیک وقت اتارتے ہوئے حاصل تقسیم میں "0" لگائیے۔

مشق 5.3

مندرجہ ذیل کسور اعشاریہ کا جذر بذریعہ تقسیم معلوم کیجئے۔

1. 0.3249	2. 0.5184	3. 10.24
4. 0.0676	5. 1402.5025	6. 20.5209
7. 648.7209	8. 23746129	9. 2981.16
10 7613.609536	11. 0.00868624	12. 32.7184

5.4 غیر ناطق عدد کا تصور (Concept of an Irrational Numer)

پچھلی کلاس میں ہم غیر مختتم متوالی کسر اعشاریہ کے بارے میں پڑھ چکے ہیں مثلاً:۔
ایک غیر مختتم متوالی کسر اعشاریہ میں ہندسوں کا ایک گروپ اسی ترتیب سے بار بار آتا ہے۔اب ہم غیر مختتم غیر متوالی کسر اعشاریہ کے بارے میں سیکھتے ہیں۔

ایسی کسر اعشاریہ جس میں نقطہ اعشاریہ کے دائیں طرف ہندسوں کی تعداد نہ تو ختم ہو رہی ہو اور نہ ہی ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار آرہا ہو، ایک غیر متوالی غیر مختتم کسر اعشاریہ کہلاتی ہے۔اس قسم کے اعداد غیر ناطق اعداد کہلاتے ہیں۔

مثلاً $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ وغیرہ

مثال 1:۔ 2 کا جذر معلوم کریں

حل

```
          1.4142135....
       ___________________
 1     |  2 .00000000
       | -1
       |__________
 2.4   |  1.00
       | - .96
       |__________
 2.81  |   .0400
       | -  .0281
       |__________
 2.824 |   .0100900
       | -  .011296
       |__________
       |   .00060400
       |__________
       |     ..........
       |     ..........
```

ہم دیکھتے سکتے ہیں کہ 2 کا جذر معلوم کرنے کے عمل میں۔

(i) تقسیم کا عمل لامتناہی ہے یعنی کسی بھی مرحلے پر باقی ''0'' نہیں بچتا۔

(ii) نقطہ اعشاریہ کے بعد ہندسوں کا کوئی گروپ اسی ترتیب سے بار بار نہیں آرہا جیسا کہ ناطق اعداد کی صورت میں ہوتا ہے۔

مثلاً $\frac{2}{3} = 0.6666$

$\frac{22}{7} = 3.1428571428571... ... ...$

یاد رکھیے اگر کسی عدد کا مربع عدد x نہ ہو تو $\sqrt{x}$ ایک غیر ناطق عدد ہوتا ہے۔

مشق 5.4

مندرجہ ذیل کا جذر تین مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

1.	2	1.	3	1.	5
4.	7	4.	11	4.	5.3

مندرجہ ذیل کا جذر دو مراتب اعشاریہ تک معلوم کریں۔

7.	3.6	8.	6.4	9.	28.9
10.	64.34	11.	816.081	12.	36.008

5.5 جذر کے متعلق عبارتی سوالات

مثال 1:۔ 1225 طلبا ایک میدان میں اس طرح کھڑے ہوئے ہیں کہ ہر قطار میں اتنے ہی طلباء ہیں جتنی قطاریں ہیں۔ ہر قطار میں طلباء کی تعداد معلوم کریں۔

حل:۔ چونکہ قطار میں طلباء کی تعداد اتنی ہی ہے جتنی قطاروں کی تعداد ہے۔ اس لئے 12.25 کا جذر معلوم کرنا ہے۔

آئیں۔ 12.25 کا جذر معلوم کریں۔

	35
3	1229
	- 9
65	325
	325
	0

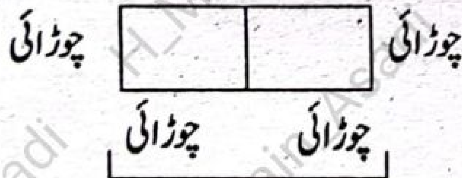
اس قطار میں طلباء کی تعداد 35 ہوگی۔

مثال 2:۔ ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 18432 مربع میٹر ہے۔ کھیت کی چوڑائی اس لمبائی سے آدھی ہے اس کا احاطہ معلوم کریں۔

حل:۔ چونکہ اس کی چوڑائی کھیت کی لمبائی سے آدھی ہے۔ اس لئے یہ مستطیلی دو برابر مربعی علاقوں میں تقسیم کی جاسکتی ہے۔

اس لئے ہر مربعی علاقے کا رقبہ $=\frac{18432}{2}$

= 9216 مربع میٹر



اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کرنے کے لئے ہم 9216 جذر معلوم کریں گے۔

اس لئے مربعی علاقہ کے ہر ضلع کی لمبائی 96 میٹر ہوگی۔ مستطیلی کھیت کی لمبائی =96x2 =192 میٹر مستطیلی کھیت کا احاطہ =2(192+96) =2(288)=576 میٹر	96 9 | 9216 -81↓↓ 186 | 1116 1116 0

مشق 5.5

1- ایک مربعی کھیت کا رقبہ 14400 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

2- ایک مربعی کھیت کا رقبہ 422500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگانے کے لئے کتنی تار کی ضرورت ہوگی؟

3- ایک باغبان 122500 درخت اپنے کھیت میں اس طرح لگانا چاہتا ہے کہ قطاروں کی اتنی ہی تعداد جتنی کے قطار میں درختوں کی تعداد ہے۔ وہ ایک قطار میں کتنے درخت لگائے گا؟

4- ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 10092 مربع میٹر ہے اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا تین گنا ہے۔ اس کھیت کا احاطہ معلوم کریں۔

5- ایک دائروی علاقہ کا رقبہ 616 مربع ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔ جب کہ

6- ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 57800 مربع میٹر ہے اگر اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا دوگنا ہو تو اس کھیت کے اضلاع کی لمبائیاں معلوم کریں۔

7- وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جس کو عدد 109087 میں تفریق کریں تو حاصل تفریق اک مکمل مربع ہو۔

8- ایک دائروی میدان کو ہموار کرنے کا خرچ بحساب 25 پیسے فی میٹر 2200 روپے ہے۔ اس میدان کا رداس کیا ہوگا؟ جب کہ $\pi = \frac{22}{7}$

9۔ ایک مربعی کھیت میں ہل چلانے کا خرچ 2 روپے فی 100 مربع میٹر کے حساب سے 450 روپے بنتا ہے۔ اس کھیت کا ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

10۔ ایک مربعی لان کا رقبہ 2500 مربع میٹر ہے اس کے گرداگرد تار لگانے کے لئے کتنی لمبی تار کی ضرورت ہوگی؟ تار کے لگانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی میٹر ہوگا؟

---

(1) ایک مربع کھیت کا رقبہ 14400 مربع میٹر ہے۔ اس کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

مربع میٹر 14400 = مربعی کھیت کا رقبہ۔

? = ضلع کی لمبائی

$\sqrt{}$ مربع کھیت کا رقبہ = $\sqrt{(\text{ضلع کی لمبائی})^2}$

$\sqrt{}$ مربع کھیت کا رقبہ = ضلع کی لمبائی

قیمت درج کرنے سے

$\sqrt{14400}$ = ضلع کی لمبائی

$\sqrt{120 \times 120}$ = ضلع کی لمبائی

میٹر 120 = ضلع کی لمبائی

	120
1	1.4400
	1
22	44
	-44
	0

(2) ایک مربع کھیت کا رقبہ 422500 مربع میٹر ہے۔ اس کے گرد باڑ لگانے کے لئے کتنی تار کی ضرورت ہوگی۔

حل: مربع میٹر 422500 = مربعی کھیت کا رقبہ

مربعی کھیت کا احاطہ = باڑ لگوانے کے لئے درکار تار۔

(1) ⟵ x4 ضلع کی لمبائی = مربعی کھیت کا احاطہ

$\sqrt{\text{مربعی کھیت کا رقبہ}} = \sqrt{(\text{ضلع کی لمبائی})^2}$

$\sqrt{\text{مربعی کھیت کا رقبہ}} = \text{ضلع کی لمبائی}$

قیمت درج کرنے کے لئے

$\text{ضلع کی لمبائی} = \sqrt{422500}$

$\text{ضلع کی لمبائی} = \sqrt{650 \times 650}$

$\text{ضلع کی لمبائی} = 650$

```
       650
     |422500
  6  | 36
     |------
     | 625
 125 |-625
     |------
     |  0
```

مساوات 1 میں قیمت درج کرنے سے

$4 \times 650 = \text{باڑ لگوانے کے لئے درکار تار}$

$\text{میٹر تار} = 2600$

(3) ایک باغبان 122500 درخت اپنے کھیت میں اس طرح لگانا چاہتا ہے کہ قطاروں کی اتنی ہی تعداد جتنی کے اقطار میں درختوں کی تعداد ہے۔ وہ ایک قطار میں کتنے درخت لگائے گا؟

حل:۔ $\text{پودوں کی تعداد} = 122500$

$122500 = \text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد} \times \text{قطاروں کی تعداد}$

$\text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد} = ?$

$122500 = (\text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد})^2$

$\sqrt{122500} = \sqrt{(\text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد})^2}$

$\sqrt{122500} = \text{ہر قطار میں پودوں کی تعداد}$

ہر قطار میں پودوں کی تعداد = 350

```
        350
   ┌──────────
 3 │ 122500
   │ 9
   ├──────────
65 │ 325
   │ 325
   ├──────────
   │ 0
```

(4) ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 10092 مربع میٹر ہے۔ اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا تین گنا ہے، اس کھیت کا احاطہ معلوم کریں۔

حل:- مستطیلی کھیت کا رقبہ = 10092 مربع میٹر

چونکہ کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا تین گنا ہے اس لئے ہر مربع کھیت کا رقبہ = $\frac{10092}{3}$

= 3364 مربع میٹر

```
         58
    ┌──────────
  5 │ 3364
    │ 25
    ├──────────
108 │ 864
    │ 864
    ├──────────
    │ 0
```

اس لئے ہر مربعی علاقہ کے ہر ضلع کی لمبائی 58 میٹر ہوگی۔

مستطیلی کھیت کی لمبائی = 58x3

= 174 میٹر

مستطیلی کھیت کا احاطہ = 2(لمبائی + چوڑائی)

=2(174=58)

=2(232)

مستطیلی کھیت کا احاطہ = 464 میٹر

(5) ایک دائروی علاقہ کا رقبہ 616 ڈیسی میٹر ہے۔ اس کا رداس معلوم کریں۔ جب کہ $\pi = \frac{22}{7}$ ہو۔

مربعی ڈیسی میٹر 616 = دائروی علاقہ کا رقبہ

? = رداس

ہم جانتے ہیں کہ

πr^2 = دائروی علاقہ کا رقبہ۔

قیمت درج کرنے سے

$$616 = \frac{22}{7} \times r^2$$

$$\overset{28}{\cancel{616}} = \frac{22}{\cancel{7}_1} \times r^2$$

$$28 \times 7 = r$$

$$196 = r^2$$

$$r^2 = 196$$

دونوں اطراف جذر لینے سے $r^2 = 196$

$$r = \sqrt{14 \times 14}$$

$$r = 14$$

$$\begin{array}{r|l} & 14 \\ \hline & 196 \\ 1 & 1 \\ \hline 24 & 96 \\ & 96 \\ \hline \end{array}$$

پس دائرے کا رداس = 14 ڈیسی میٹر

(6) ایک مستطیلی کھیت کا رقبہ 57800 مربع میٹر ہے۔ اگر اس کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا دوگنا ہو تو اس کھیت کے اضلاع کی لمبائیاں معلوم کریں۔

حل: مربع میٹر = 57800 مستطیلی کھیت کا رقبہ

چونکہ کھیت کی لمبائی اس کی چوڑائی کا دوگنا ہے۔ اس لئے ہر مربعی کھیت کا رقبہ۔ = $\frac{58900}{2}$ ہے

28900= مربع میٹر

	170
	28900
1	9
	189
27	189
	0

اس لئے ہر مربعی علاقہ کے ہر ضلع کی لمبائی 170 میٹر ہوگی۔

مستطیلی کھیت کی لمبائی =170x2

340= میٹر

مستطیلی کھیت کا احاطہ =2(لمبائی + چوڑائی)

=2(340+170)

=2(510)

(7) وہ چھوٹے سے چھوٹا عدد معلوم کریں جب کہ عدد 109087 میں تفریق کریں تو حاصل تفریق ایک مکمل مربع ہو۔

حل عدد= 109087

مکمل مربع بنانے کے لئے تفریق کرنے والا عدد =?

	33
	109087
3	9
	190
63	189
	187

مکمل مربع بنانے کے لئے تفریق بنانے والا عدد = 187

(8) ایک دائروی میدان کو ہموار کرنے کا خرچ بحساب 25 پیسے فی میٹر 2200 روپے ہے۔اس میدان کا رداس کیا ہوگا؟ جب کہ $n = \frac{22}{7}$

حل:۔ خرچہ 25 پیسے فی مربع میٹر = 2200 روپے۔

رقبہ		خرچہ
1	:	0.25
x	:	2200

$$1 : x : : 0.25 : 2200$$

$$0.25^{x} = 1 \times 2200$$

$$\frac{0.25\,x}{0.25} \quad \frac{2200}{0.25}$$

$$x = \frac{2200}{0.25}$$

$$x = \frac{2200 \times 100}{25} = 2200 \times 4$$

$$= 8800\ m^2$$

دائروی علاقے کا رقبہ $= nr^2$

$$8800 = \frac{22}{7} r^2$$

$$\frac{7}{22} \times 8800 = \frac{7}{22} \times \frac{22}{7} r^2$$

$$7 \times 400 = r^2$$

$$2800 = r^2$$

دونوں اطراف جذر لینے سے

$$r = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 7}$$

$$r = 2 \times 2 \times 5 \sqrt{7} \rightarrow = 20\sqrt{7}\ m$$

(9) اے، مربعی کھیت میں ہل چلانے کا خرچ روپے فی 100 مربع میٹر کے حساب سے 450 روپے بنتا ہے۔ اس کھیت کے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

رقبہ	خرچہ
100	2
x	450

$2.450=100x$

$2x=450x100$

$\frac{2}{2}x=\frac{450 \times 100}{2}$

$x=225x100$

$x=22500$

رقبہ 2500 مربع میٹر۔

رقبہ: ضلع x ضلع

$\sqrt{22500}=\sqrt{\text{ضلع} \times \text{ضلع}}$

ضلع $=150m$

کھیت کے ایک ضلع کی لمبائی 150 میٹر ہے۔

(10) ایک مربعی لان کا رقبہ 62500 مربع میٹر ہے اس کے گرد اگر تار لگانے کے لئے کتنی لمبی تار کی ضرورت ہو گی؟ تار کے لگانے کا خرچ بحساب 50 روپے فی میٹر کیا ہو گا؟

رقبہ 62500 مربع میٹر

رقبہ = ضلع x ضلع

ضلع x ضلع $=62500$

$\sqrt{62500}$ $\sqrt{\text{ضلع} \times \text{ضلع}}$

ضلع =250

ایک ضلع =250 میٹر

چاروں اضلاع =4x25=1000 میٹر

ایک میٹر تار لگانے کا خرچہ 50 روپے 1000 میٹر تار لگانے کا خرچہ

50.000=50x1000

معروضی سوالات

(i) درست / غلط بیانات

۱:۔ دو ہندسی اعداد کا جذر ایک ہندسی ہوتا ہے۔

۲:۔ ایک ہندسی عدد کا جذر بھی ایک ہندسی ہوتا ہے۔

۳:۔ 1024 کا جذر دو ہندسی عدد ہوگا۔

۴:۔ 625 کا جذر دو ہندسی عدد ہوگا۔

۵:۔ کسی قدرتی عدد کا جذر معلوم کرنے کے لئے بائیں جوڑے بنائے جاتے ہیں۔

۶:۔ کسی کسی عام کا جذر اس کے شمار کنند کے جذر کے برابر ہوتا ہے۔

۷:۔ کسر عام کا جذر اس کے مخرج کے جذر کے برابر ہوتا ہے۔

۸:۔ کسر عام کے جذر میں اس کے شمار کنندہ کا جذر شمار کنندہ اور مخرج کا جذر ہی رہتا ہے۔

۹:۔ کسر اعشاریہ کا جذر معلوم کرنے کے لئے کسری حصے کے جوڑے بائیں سے دائیں بنائے جاتے ہیں۔

۱۰:۔ کا ایک باطق عدد ہے۔

(ii تکمیلی سوالات

درج ذیل میں خالی جگہ پر کریں۔

- 525 کے جذر میں ۔۔۔۔۔۔۔۔ ہندسے ہیں۔
- 103041 کے جذر میں ۔۔۔۔3۔۔۔۔ ہندسے ہیں۔
- 16x81 کے جذر میں ۔۔۔۔2۔۔۔ ہندسے ہیں۔
- $\frac{9x16x9}{144}$ = 3
- 1.69 = 1.3
- $\sqrt{\frac{4}{9}} x \sqrt{\frac{9}{2}}$ = 1
- $\frac{169}{256}$ = 0.81
- اگر کسی عدد کا مربع عدد x نہ ہو تو $\sqrt{x}$ ایک ۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ عدد ہے۔
- 1.44 کا صحیح عددی حصہ ۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔ ہوگا۔
- کسر اعشاریہ ....0.666 ایک ۔۔۔۔۔۔۔۔ کسر اعشاریہ ہے۔

مطابقت کے سوالات

کالم B کے جملوں سے مطابقت رکھنے والے کالم A کے جملوں کے متعلقہ نمبر کالم C میں خالی جگہ پر کیجئے۔

A	B	C
(i) $\sqrt{2.25}$	(a) 12	1.5 (F)
(ii) $\sqrt{25x4}$	(b) 5	10 (c)
(iii) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$	(c) 1.125	1.25(b)
	(d) 1.25	0.75 (b)
(iv) $\sqrt{\frac{9}{16}}$	(e) 10	1.125 (c)
	(f) 1.5	5 (b)
(v) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt{64}}$	(g) .75	12 (a)
(vi) $\sqrt{16+9}$		
ivii) $\sqrt{16}+\sqrt{9}$		

4۔ کثیرالانتخابی سوالات۔

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیئے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے لئے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیں۔

ا:۔ 625 جذر میں ہندسوں کی تعداد ہوگی۔

(i) (a) 1 (b) 2 (c) 4 (d) 4

(ii) $\sqrt{16 \times 4}$ برابر ہوگا۔

(a) 4 (b) 2 (c) 8 (d) 6

(iii) $\sqrt{\frac{196}{100}}$ برابر ہوگا۔

(a) 0.0014 (b) 1.4 (c) 0.14 (d) 0.014

برابر ہوگا۔

(iv) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$ برابر ہوگا۔

(a) $\frac{3}{4}$ (b) $\frac{7}{4}$ (c) $\frac{5}{4}$ (d) $\frac{4}{5}$

(v) اگر ایک مربعی علاقے کا رقبہ $64\ m^2$ ہو تو اس کا احاطہ ہوگا۔

(a) 8m (b) 16m (c) 24m (d) 32m

(vi) $\sqrt{(25-16)\times 9}$ برابر ہوگا۔

(a) 3 (b) 5 (c) 4 (d) 9

(vii) $\sqrt{8}$ ایک ایسا عدد ہے جو کہ

(a) جفت ہے۔ (b) طاق ہے (c) ناطق ہے غیرناطق ہے۔

(viii) $\sqrt{\frac{81}{4}}$ کا جذر ایک ایسا عدد ہے جو کہ

(a) جفت ہے۔ (b) طاق ہے (c) ناطق ہے غیرناطق ہے

(ix) مندرجہ ذیل میں سے کون سا عدد 0.75 کے برابر نہیں ہے؟

(a) $\frac{\sqrt{9}}{4}$ (b) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ (c) $\sqrt{9 \div 16}$ (d) $\sqrt{9+16}$

(x) مندرجہ ذیل میں سے کون سا عدد غیر ناطق ہے؟

(a) $\frac{3}{\sqrt{16}}$ (b) $\sqrt{\frac{18}{32}}$ (c) $\sqrt{16 \div 9}$ (d) $\sqrt{16-9}$

یونٹ VI

فیصد

(Percentage)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے۔

- کمیشن کی صورت میں نفع ونقصان معلوم کرنا۔
- فروخت در فروخت کی صورت میں نفع ونقصان معلوم کرنا اور دہری فروخت میں موازنہ کرنا۔
- انشورنش کا تصور، زندگی کی انشورنش اور گاڑی وغیرہ کی انشورنش کے متعلقہ مسائل کا حل۔
- کل آمدنی وخالص آمدنی اور قابل ٹیکس آمدنی کا تصور۔
- کسی فرد کا انکم ٹیکس معلوم کرنا۔

پچھلی جماعتوں میں ہم فیصد اور نفع ونقصان کے سادہ مسائل حل کرنا سیکھ چکے ہیں۔ اس یونٹ میں ہم کمیشن کی صورت میں نفع ونقصان پر تھوڑے مشکل مسائل کا حل نکالیں گے اور انشورنش اور انکم ٹیکس کے بارے میں بھی سیکھیں گے۔

6.1 نفع ونقصان (Profit and Loss)

ہم جانتے ہیں کہ

خالص نفع = قیمت فروخت - قیمت خرید

نقصان = قیمت خرید - قیمت فروخت

$$\text{نفع \%} = \frac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

$$\text{نفع \%} = \frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$$

مشق 6.1

1:- ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر دوکانداروں کو 15 فیصد کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت میں بقایا رقم پر 5 فیصد کمیشن دیتا ہے ایک چیز کی قیمت 1200 روپے لکھی ہو تو دوکاندار کتنی قیمت ادا کرے گا؟

2:- ایک چیز کی لکھی ہوئی قیمت 500 روپے ہے۔ اگر اس پر 15 فیصد کمیشن ہو تو کمیشن کی رقم معلوم کیجئے اور رعایتی قیمت بھی معلوم کیجئے۔

3:- ایک اخبار فروش نے ایک ماہ میں 10800 روپے کے اخبار فروخت کئے اور 1620 روپے کمیشن حاصل کی کمیشن کی شرح فیصد معلوم کریں۔

4:- ایک کمیشن ایجنٹ نے ایک مکان 3،50،000 روپے میں فروخت کروایا اور اس نے خریدار اور فروخت کار دونوں سے 2 فیصد کے حساب سے کمیشن وصول کی فروخت کار کو کتنی رقم ملی اور خریدار نے کتنی رقم ادا کی؟ اور ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

5:- اسلم ایک دوکاندار پر سیلز مین ہے اس کی تنخواہ 2500 روپے ماہانہ ہے۔ اسے 1 فیصد

کمیشن اس کی سیل پر ملتا ہے اگر اس نے ایک ماہ میں 4،50،000 روپے کا سامان فروخت کیا تو اس کی اس ماہ کی کل آمدنی معلوم کریں۔

6:۔ ایک ایجنٹ نے ایک زمیدار کی 1،20،000 روپے کی گندم فروخت کی اور 5 فیصد کمیشن کاٹی۔ ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

7:۔ ایک صنعت کار 15000 روپے کی سیل پر 15 فیصد کمیشن دیتا ہے اور 15000 سے زائد پر جتنی سیل ہو اس پر 20 فیصد کمیشن دیتا ہے۔ ایک ایجنٹ نے 26500 روپے کی اشیاء فروخت کیں۔ اس کو کتنی کمیشن ملی؟

8:۔ ایک ایجنٹ نے حمزہ کا پلاٹ رشید کے ہاتھ 11،00،000 روپے کا بیچا اور پھر رشید کو 10 فیصد منافع دے کر عمر کے ہاتھ بیچا اگر وہ اپنا کمیشن ہر مرتبہ $1\frac{1}{2}\%$ کاٹے تو فروخت در فروخت میں اس نے کتنے روپے کمائے؟ حمزہ کو کیا ملا؟ رشید کو کتنی رقم ملی؟ عمر نے کتنی رقم ادا کی؟

9:۔ انور نے ایک زمیندار کے چاول بیچنے پر 12 فیصد کمیشن وصول کی اگر اس نے 10،05،600 روپے کے چاول بیچے ہوں تو اس کی کمیشن کی رقم بتائے۔

---

(1) ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات کی لکھی ہوئی قیمت پر دوکانداروں کو 15% کمیشن دیتا ہے۔ نقد ادائیگی کی صورت بقایا رقم پر 5% مزید کمیشن دیتا ہے۔ ایک چیز کی قیمت 1200 روپے لکھی ہو تو دوکاندار کتنی قیمت ادا کرے گا۔

لکھی ہوئی قیمت 1200= روپے

حل 15% کمیشن $= \frac{15 \times 1200}{100}$

$= 15 \times 12 = 180$ روپے

بقایا رقم $= 1200 - 180 = 1020$ روپے

نقد ادائیگی پر مزید کمیشن $= \frac{5}{100} \times 1020$

$= \frac{5 \times 1020}{100} =$ 51 روپے

نقدادائیگی = 51- 1020

= 969 روپے

(2) ایک چیز کی لکھی ہوئی قیمت 500 روپے ہے۔ اگر اس پر 15 % کمیشن ہو تو کمیشن کی رقم معلوم کیجئے اور رعایتی قیمت بھی معلوم کیجئے۔

لکھی ہوئی قیمت = 500 روپے

حل

کمیشن 15% = $\frac{5}{100} \times 500$

= 15 x 5 = 75 روپے

رعایتی قیمت = 75- 500

= 425 روپے

(3) ایک اخبار فروش نے ایک ماہ میں 10800 روپے کے اخبار فروخت کیے اور 1620 روپے کمیشن حاصل کی کمیشن کی شرح فیصد معلوم کریں۔

حل	روپے	کمیشن
	10800	1620
	100	x

X : 10800 :: 100 = 10800

طرفین کا حاصل ضرب = وسطین کا حاصل ضرب

x x 10800 = 1620 x 100

دونوں اطراف 10800 پر تقسیم کرنے سے

$$x \times \frac{1800}{1800} = \frac{1620 \times 100}{10800}$$

$$x=15$$

پس کمیشن کی طرح فیصد = 15 %

(4) ایک کمیشن ایجنٹ نے مکان 3.50.000 روپے میں فروخت کروایا اور اس نے خریدار اور فروخت کار دونوں سے 2 % کے حساب سے کمیشن وصول کی فروخت کار کو کتنی رقم ملی خریدار نے کتنی رقم ادا کی؟ اور ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

حل: قیمت فروخت = 3.50.000 روپے

کمیشن = 2 %

$$= \frac{2}{100} \times 3,50,000$$

$$= 2 \times 3500$$

= 7000 روپے

ایجنٹ کو کمیشن ملی = 7000+7000

= 14000 روپے

فروخت کار کو رقم ملی = 350000-700

= 343000 روپے

خریدار نے رقم ادا کی۔ = 35000+7000

= 357000 روپے

(5) اسلم ایک دوکان پر سیلز مین ہے۔ اس کی تنخواہ 2500 روپے ماہانہ ہے۔ اسے 1 % کمیشن اس کی سیل پر ملتا ہے اگر اس نے ایک ماہ میں 4,50,000 روپے کا سامان فروخت کیا ہو تو اس کی اس ماہ کی کل آمدنی معلوم کریں۔

حل: ماہانہ تنخواہ = 2500 روپے

کمیشن = 1%

روپے4,50,000 ایک ماہ میں سیل کیا۔

$= \frac{1}{100} \times 4,50,000$

$= 1 \times 4500$

روپے4500 =

کل آمدنی ماہوار = 4500 + 2500

روپے7000 =

(6) ایک ایجنٹ نے ایک زمیندار کی 1,20,000 روپے کی گندم فروخت کی اور % 5 کمیشن کمائی۔ ایجنٹ کو کتنی رقم ملی؟

حل:۔ روپے1,20,000 = گندم کی قیمت فروخت

کمیشن = 5 %

ایجنٹ کو رقم ملی۔ $= \frac{5}{100} \times 1,20,000$

$= 5 \times 1200$

روپے6000 =

(7) ایک صنعت کار 15000 روپے کی سیل پر % 15 کمیشن دیتا ہے اور 15000 سے زیادہ جتنی سیل ہو اس پر %20 کمیشن دیتا ہے۔ ایک ایجنٹ نے 26500 روپے کی اشیاء فروخت کیں۔ اس کو کتنی کمیشن ملی؟

حل: روپے=26500 قیمت فروخت

کمیشن = 20 %

$= \frac{20}{100} \times 2650$

$= 20 \times 265$

= 5300روپے

13

(8) ایک ایجنٹ نے حمزہ کا پلاٹ رشید کے ہاتھ 11,00,000 روپے کا بیچا اور پھر رشید کو 10 % منافع دے کر عمر کے ہاتھ بیچا اگر وہ اپنا کمیشن ہر مرتبہ % $1\frac{1}{2}$ سے کاٹے تو فروخت ہو تو اس نے کتنے کمائے؟ حمزہ کو کیا ملا؟ عمر نے کتنی رقم ادا کی؟

حل: روپے 11,00,000 = قیمت فروخت

منافع 10 % = 100+ 10= 110

قیمت فروخت	منافع
1100000	110
100	x

x X: 100 :: 1100000 = 100

$$= \frac{x \times 100}{100} = \frac{110 \times 1100000}{110}$$

$x = 1210000$

10 فیصد منافع کے ساتھ عمر کو بیچا 1210000 روپے

کمیشن لیتا ہے۔ = $1\frac{1}{2}$ %

$= \frac{3}{2}$ %

$= 1.5\%$

$= \frac{15}{100} \times 1100000$

روپے=16500

1100000 پر بحساب $1\frac{1}{2}$ روپے کمیشن = 16500 روپے

1210000 پر بحساب $1\frac{1}{2}$ روپے کمیشن $1210000 \times \frac{1.5}{100} =$

= 18150 روپے

کمیشن ایجنٹ کو رقم ملی = 18150 + 16500

= 34650 روپے

حمزہ کو رقم ملی = 1100000 - 16500

= 1083500 روپے

رشید کو رقم ملی = 1210000 - 18150

= 1191850 روپے

(9) انور نے ایک زمیندار کے چاول بیچنے پر 12% کمیشن وصول کی اگر اس نے 10.05,600 روپے کے چاول بیچے ہوں تو اس کی کمیشن کی رقم بتائیے۔

حل:۔ روپے 10,05,600 = چاول بیچے۔

کمیشن وصول کی = 12 %

کمیشن کی رقم = $\frac{12}{\cancel{100}} \times 10,05,\cancel{600}$

$= 12 \times 10,056$

= 120672 روپے

6.3 بیمہ (انشورنس) کا تصور (Concept of Insurance)

انشورنس دو پارٹیوں کے درمیان ایک ایسا سمجھوتہ ہے جس میں ایک آدمی یا ایک پارٹی کسی کمپنی کو ماہانہ، سہ ماہی یا سالانہ اقساط کی صورت میں کچھ رقم چوری، نقصان یا حادثاتی اموات جیسے خطرات کے پیش نظر ادا کرتی ہے۔ جب کہ انشورنس کمپنی حادثاتی موت، نقصان یا طے کردہ مخصوص مدت کے پورے ہونے کی صورت میں مقرر کردہ رقم واپس کر دیتی ہے۔

یہ سمجھوتہ بیمہ پالیسی (Insurance Policy) کہلاتا ہے۔

اقساط پریمیم (Premium) کہلاتی ہیں

طے کردہ مخصوص مدت، تکمیل مدت (Maturity period) کہلاتی ہے۔

کمپنی مقرر کردہ مدت پوری ہونے کی صورت میں پوری ادا کردہ رقم کے ساتھ منافع بھی ادا کرتی ہے جو کہ بونس (Bonus) کہلاتا ہے۔ انشورنس مختلف قسم کی ہوتی ہے۔ کچھ اقسام کے بارے میں یہاں پڑھتے ہیں۔

مثال کے طور پر۔

(ا) زندگی کا بیمہ (Life Insurance)

(۲) گاڑی کا جائیداد کا بیمہ (Vehicle of Property Insurance)

(ا) زندگی کا بیمہ

زندگی کے بیمہ میں پارٹیوں کے درمیان تکمیل مدت طے ہو جاتی ہے۔ جس کے ختم ہونے پر کمپنی جو وصول کرتی ہے وہ رقم بمعہ منافع اور بونس بیمہ دار کو ادا کرنی ہوتی ہے۔ یا پھر اچانک موت یا حادثہ کی صورت میں ادا کرنی ہوتی ہے۔

بیمہ زندگی پالیسی بڑھاپے یا معذوری کے لئے بھی خریدی جا سکتی ہے۔

پریمیم کی رقم بیمہ کی آمدنی کے 10 فیصد سے لے کر 50 فیصد تک ہو سکتی ہے۔

ذیل میں ماہانہ، سہ ماہی اور سالانہ پریمیم کی رقم طے کرنے کے بارے میں مثال دی گئی ہے۔

مشق 6.2

1:- ریمیم کی رقم مندرجہ ذیل شرحوں کے مطابق معلوم کی جاتی ہے۔

پالیسی رقم کا 4.5 فیصد = سالانہ ریمیم

پالیسی فیس پالیسی رقم کا %25. +

زیادہ سے زیادہ 200 روپے

سالانہ پریمیم کا %52 = ششماہی پریمیم

سالانہ پریمیم کا %27 = سہ ماہی پریمیم

سالانہ پریمیم کا %09 = ماہانہ پریمیم

پس پریمیم کی رقم کے لئے مندرجہ ذیل جدول مکمل کریں۔ یہ بھی بتایئے کہ اس نے کمپنی کو کل کتنی رقم ادا کی؟

رقم کی پالیسی	سالانہ پریمیم	ششماہی پریمیم	سہ ماہی پریمیم
(i) 50,000 روپے		52%	27%
(ii) 100,000 روپے		52%	27%
(iii) 1,50,000 روپے		52%	27%
(iv) 2,00,000 روپے		52%	27%

2۔ بیمہ دار کی دو سال کی مدت کے دوران فوتگی کی صورت میں وہ رقم معلوم کریں جو اس کے لواحقین کو ملے گی۔

اگر 50.000 روپے = پالیسی کی رقم

4.2% = شرح پریمیم سالانہ

0.3% = شرح پالیسی فیس

خاندان کی آمدنی کا معاہدہ = 0.6%

تکمیلی مدت = 22سال

شرح بونس = 4.5%

اور 6000 روپے سالانہ کی آمدن کمپنی سے طے پاتی ہے۔

(ii) گاڑی / پراپرٹی انشورنش

بعض اوقات کچھ لوگ اپنی گاڑیوں اور جائیداد کی انشورنش آگ یا حادثہ کی صورت میں نقصان کے ازالہ کے لئے کرواتے ہیں۔ اثاثے کی کل قیمت یا جزوی قیمت پر کسی پریمیم کی شرح فیصد سے کمیشن کے قوانین کی روشنی میں کسی خاص مدت کے لئے بیمہ کرایا جاتا ہے۔

یاد رکھیے: پریمیم سالانہ کی بنیاد پر لیا جاتا ہے۔

مشق 6.3

1۔ فاروق نے ایک انشورنس پالیسی برائے گاڑی مالیتی 8،50،000 روپے میں 4.25% کی سالانہ شرح سے برائے مدت 3 سال حاصل کی۔ وہ اس پر کتنا پریمیم ادا کرے گا اگر اس نے اس مدت کے دوران کوئی کلیم داخل ہ کیا ہو جب کہ مالیت میں کمی 10% ہے؟

2۔ فرقان نے ایک گاڑی مالیتی 7،50،000 روپے میں خریدی۔ اس نے اس کی انشورنس 3.5 فی صد سالانہ کی شرح سے 5 سال کے عرصے کے لئے کروائی اس نے کل کتنی رقم گاڑی کی حفاظت کے طور پر ادا کی اگر اس نے مبلغ 100،000 روپے نقصان کے معاوضے کے طور پر وصول کئے ہوں جب کہ مالیت میں کمی 10% سالانہ ہے؟

3۔ فریال نے اپنی گاڑی کی ایک انشورنس پالیسی 3.25% سالانہ کی شرح سے عرصہ 3 سال کے لئے کروائی۔ اس کا پہلا پریمیم 26000 روپے ہے۔ اس کی گاڑی کی مالیت کیا ہوگی؟ اس کا دوسرا اور تیسرا پریمیم بھی معلوم کریں۔

4۔ عمر خیام نے اپنے گھر مالیتی 75،00،000 روپے کی انشورنس بشرح 2% سالانہ کے حساب سے عرصہ 4 سال کے لئے کروائی۔ اس نے عرصہ 4 سال میں کل کتنا پریمیم ادا کیا جب کہ مکان کی مالیت میں 10% سالاہ کے حساب سے کمی واقع ہوئی ہو؟

5۔ شفیق نے اپنی دکان کی انشورنس 3% سالانہ کے حساب سے عرصہ 3 سال کے لئے کروائی۔ جب کہ مالیت میں کمی کی شرح 5% ہے۔ اگر اس نے پہلا پریمیم 21000 روپے ادا کیا ہو تو اس کی دکان کی مالیت معلوم کریں۔ اگر اس نے دو سال بعد 2000،000 روپے کا کلیم وصول کیا ہو تو اسے کتنی مالیت کا فائدہ حاصل ہوا؟

6۔ عمران نے ایک چالو کاروبار 10،00،000 میں خریدا۔ اس نے اس کو 5% کی شرح سے عرصہ 4 سال کے لئے انشورنس کروایا۔ 3 سال کے بعد اس نے 500،000 روپے کا کلیم وصول کیا۔ عمران نے نقصان کے ازالہ کے طور پر ادا شدہ پریمیم کے مقابلہ میں کتنا فائدہ حاصل کیا؟

1۔ فاروق نے ایک انشورنس پالیسی برائے گاڑی مالیتی 8،50،000 روپے میں 4.25% کی سالانہ شرح سے برائے مدت 3 سال حاصل کی۔ وہ اس پر کتنا پریمیم ادا کرے گا اگر اس نے اس مدت کے دوران کوئی کلیم داخل نہ کیا ہو جب کہ مالیت میں کمی 10% ہے؟

حل:۔ گاڑی کی قیمت = 8,50,000 روپے

سالانہ شرح = 4.25 %

پہلا پریمیم $= \frac{4.25}{100} \times 850,000$

$=4.25 \times 8500$

دوسرا پریمیم $= \frac{10}{100} \times 850,000$

= 10 X8500

روپے=85000

850,000-8500=مالیت میں کمی

=76500

$= \frac{4.25}{100} \times 76500$

روپے32512.5 =

تیسرا پریمیم = $\frac{10}{100} \times 765000$

= 10X7650

=76500

765000-76500=مالیت میں کمی

روپے688500 =

$= \frac{4.25}{100} \times 688500$

=4.25X6885

روپے29261.25 =

کل پریمیم29261.25+32512.5+36125

= 97898.75روپے

2۔ فرقان نے ایک گاڑی مالیتی7،50،000 روپے میں خریدی۔ اس نے اس کی انشورنس3.5 فی صد سالانہ کی شرح سے 5 سال کے عرصے کے لئے کروائی اس نے کل کتنی رقم گاڑی کی حفاظت کے طور پر ادا کی اگر اس نے مبلغ100،000 روپے نقصان کے معاوضے کے طور پر وصول کئے ہوں جب کہ مالیت میں کمی 10% سالانہ ہے؟

حل: روپے 7,50,000 = گاڑی کی قیمت خرید

% 3.5 = انشورنس کی شرح

% 10 = مالیت کی کمی

$\frac{3.5}{100} \times 750,000$ = پہلا سال

$= 3.5 \times 7500$

$\frac{10}{100} \times 750,000$ = دوسرا سال

$= 10 \times 7500$

$= 75000$

750,000-75000 = مالیت میں کمی

$= 67500$

$= \frac{3.5}{100} \times 67000$

$= 3.5 \times 6750$

روپے = 23625

$\frac{10}{100} \times 67500$ = تیسرا سال

$= 10 \times 6750$

$= 67500$

$= \frac{3.5}{100} \times 607500$

$= 3.5 \times 6075$

روپے = 211870

$= \frac{10}{100} \times 60500$

$= 10 \times 6075$

=60750

=607500-60750

چوتھا سال = $\frac{3.5}{100}$ X 546750

= 19118.75

=$\frac{10}{100}$ X 546750

= 54675

مالیت میں کمی 546750-54675

روپے=492075

پانچواں سال = $\frac{3.5}{100}$ X 492075

= 17222.62

کل ٹیکس = 26250

23626

21870

19118.75

17222.62

نقصان کی مد میں انشورنس ادا کی =108087.37

-100000.00

8087.37

3۔ فریال نے اپنی گاڑی کی ایک انشورنس پالیسی %3.25 سالانہ کی شرح سے عرصہ 3 سال کے لئے کروائی۔ اس کا پہلا پریمیم 26000 روپے ہے۔ اس کی گاڑی کی مالیت کیا ہوگی؟ اس کا دوسرا اور تیسرا پریمیم بھی معلوم کریں۔

حل: X= فرض کیا گاڑی کی مالیت

روپے26000 = کل رقم بطور پریمیم ادا کی۔

% 3.25= شرح انشورنس

$\frac{3.25}{100} x X = 2600$

$x = \frac{26000X100}{3.25}$

X=80.80000 روپے

گاڑی کی مالیت 8.0000 روپے

دوسرا پریمیم = $\frac{3.25}{100}$ X 80.0000

=3.25X80000

روپے=26000

تیسرا پریمیم = $\frac{3.25}{100}$ X 26000

= 3.25X260

روپے=845

4۔ عمر خیام نے اپنے گھر مالیتی 75،00،000 روپے کی انشورنس بشرح 2% سالانہ کے حساب سے عرصہ 4 سال کے لئے کروائی۔ اس نے عرصہ 4 سال میں کل کتنا پریمیم ادا کیا جب کہ مکان کی مالیت میں 10% سالاہ کے حساب سے کمی واقع ہوئی ہو؟

روپے=75,00,000 گھر کی مالیت

% 2 = شرح انشورنس

پہلا پریمیم = $\frac{2}{100}$ X 75,00,000

= 2X75000

= 15.0000

مالیت میں کمی= 75,00000-150000

= 7350000

دوسرا پریمیم $\frac{2}{100}$X 7350000

= 2 X 73500

= 147000روپے

مالیت میں کمی= 7350000-147000

=720300

تیسرا پریمیم = $\frac{2}{100}$X 7203,000

= 2X720300

= 144060روپے

مالیت میں کمی=7203000-144060

=7058940

چوتھا پریمیم = $\frac{2}{100}$ X 7203,000

= 141178روپے

کل انشورنس =150000

147000

+144060

141175

582238روپے

5۔ شفیق نے اپنی دکان کی انشورنس %3 سالانہ کے حساب سے عرصہ 3 سال کے لئے کروائی۔ جب کہ مالیت میں کمی کی شرح %5 ہے۔ اگر اس نے پہلا پریمیم 21000 روپے ادا کیا ہو تو اس کی دکان کی مالیت معلوم کریں۔ اگر اس نے دو سال بعد 2000،000 روپے کا کلیم وصول کیا ہو تو اسے کتنی مالیت کا فائدہ حاصل ہوا؟

X= فرض کیا گاڑی کی مالیت

% 3 = شرح انشورنس

$$\frac{3}{100} X x = 21000$$

$$X = \frac{7000\ 21000 \times 100}{3}$$

$$X = 7000X100$$

X=70,0000 روپے

70,0000-21000 = مالیت میں کمی

=679000

$$= \frac{3}{100} X\ 67900$$ دوسرا پریمیم

=3X6790

20370= روپے

679000-20370 = مالیت میں کمی

=658630

$$= \frac{3}{100} X\ 858630$$ تیسرا پریمیم

19758.9= روپے

کل انشورنس =21000

20370 +

19758.9

31128

نفع = 2000000

61128.9

1938871.1

پس نفع= 1938871 روپے

6۔ عمران نے ایک چالو کاروبار 10،00،000 میں خریدا۔ اس نے اس کو 5% کی شرح سے عرصہ 4 سال کے لئے انشورنس کروایا۔ 3 سال کے بعد اس نے 500،000 روپے کا کلیم وصول کیا۔ عمران نے نقصان کے ازالہ کے طور پر اداشدہ پریمیم کے مقابلہ میں کتنا فائدہ حاصل کیا؟

مکان کی قیمت خرید 10,00,000 روپے

انشورنش کی شرح 2.5

مدت تکمیل 4 سال

پہلا پریمیم $= \frac{2.5}{100} \times 10,00,000$

روپے=25000

=4X25000

کل انشورنس =100000

3سال کے بعد پریمیم = 75000

3سال کے بعد کلیم وصول کیا =500،000

500،000 − 75000

=425000

پس نفع=425000 روپے

6.4 کل آمد(Cross Income)

کل آمدن سے مراد ایسی آمدن ہے جو ایک شخص مختلف مدات مثلاً تنخواہ الاؤنس، خصوصی تنخواہ وغیرہ کے مجموعے کے طور پر ایک سال کے عرصے کے دوران وصول کرتا ہے۔

6.5 خالص آمدن(Net Income)

خالص آمدن وہ آمدن ہے جو کل آمدن میں سے بہبود فنڈ زکوٰۃ، کوئی اور چھوٹ وغیرہ کی رقم منہا کر کے حاصل ہوتی ہے۔

6.6 ٹیکس(Tex)

ٹیکس وہ رقم ہے جو حکومت عوام سے ان کو دفاع، تعلیم، ہسپتال، سڑکیں، پارکس وغیرہ کی سہولیات بہم پہنچانے کے لئے وصول کرتی ہے۔
ٹیکس کی مختلف اقسام ہیں مثلاً انکم ٹیکس، پراپرٹی ٹیکس، دولت ٹیکس وغیرہ۔

6.7 انکم ٹیکس(Income Tax)

اگر ٹیکس ایک شخص کی آمدن ایک خاص حد سے بڑھنے پر لگایا جاتا ہے انکم ٹیکس کی شرح کے قوانین حکومت وقتاً فوقتاً جاری کرتی رہتی ہے۔

آمدن کی کچھ مدات کو حکومت وقت انکم ٹیکس سے مستثنٰی قرار دیتی ہے۔ مثلاً الاؤنس، ہاؤس رینٹ، ریبیٹ (چھوٹ)، خصوصی تنخواہ وغیرہ

ریبیٹ وہ رقم ہے جس پر ٹیکس کی چھوٹ ہوتی ہے۔ ریبیٹ خالص آمدن = قابل ٹیکس آمدن۔

انکم ٹیکس معلوم کرنے کا طریقہ درج ذیل مثال سے واضح کیا گیا ہے۔

مشق 6.4

1۔ مندرجہ ذیل جدول کو مختلف آمدنی کے درجات کے مطابق مکمل کریں۔ جب کہ انکم ٹیکس مندرجہ ذیل جدول میں دی گئی شرحوں کے مطابق معلوم کیا جائے

	ماہانہ آمدنی	سالانہ آمدنی	ٹیکس چھوٹ	ربیٹ 0.2%	قابل ٹیکس آمدن	انکم ٹیکس
1	23530	282360	564.72	0.2	28179528	12.5 3522441
2	17890	214686	429.36	0.2	21425064	12.5 26835
3	24500	294000	588	0.2	293412	12.5 36750
4	12000	144000	288	0.2	143712	7.5 1080

معروضی سوالات

1۔ درست / غلط بیانات

درست بیانات کے سامنے "T" اور غلط بیانات کے سامنے "F" لکھیے۔

(۱) قیمت خرید ۔ قیمت فروخت = خالص نفع

(۲) منافع ۔ قیمت خرید = قیمت فروخت

(۳) $\dfrac{\text{خالص نفع}}{\text{قیمت فروخت}} \times 100$ = نفع %

(۴) $\dfrac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$ = نقصان %

(۵) کسی شے کی لکھی ہوئی قیمت پر رعائیت کمیشن کہلاتی ہے۔

(۶) کمیشن ایجنٹ کسی جائیداد کی فروخت پر ایک ہی پارٹی سے کمیشن وصول کر سکتا ہے۔

(۷) کسی گاڑی یا جائیداد کی زندگی کا بیمہ کرایا جاتا ہے۔

(۸) بیمہ دار سے پہلا پریمیم صرف ایک ماہ کا لیا جاتا ہے۔

(۹) مدت کی تکمیل تک بیمہ دار نے اگر کوئی رقم واپس نہ لی ہوئی ہوتو اس کی دی گئی رقم ضائع جاتی ہے۔

(۱۰) انکم ٹیکس خالص آمدنی پر ہی لگایا جاتا ہے۔

تکمیل سوالات

خالی جگہ موزوں ترین اعداد/الفاظ سے پر کریں۔

(۱) منافع کی صورت میں قیمت فروخت قیمت خرید سے۔۔۔۔۔۔۔۔ہوتی ہے

(۲) نقصان کی صورت میں قیمت خرید، فروخت سے۔۔۔۔۔۔۔۔۔ہوتی ہے۔

(۳) اگر ایک دکاندار 2 چیزوں کے بدلے 1 منٹ دے تو خریدار کو۔۔۔۔۔۔فی صد بچت ہوگی۔

(۴) اگر ایک چیز کی درج شدہ قیمت 600 روپے پر رعایت 15% ہو تو رعایتی قیمت ۔۔۔۔۔ہوگی۔

(۵) اگر ایک دکاندار نے اصل قیمت 500 روپے کو کاٹ کر 450 روپے رعایتی قیمت درج کی ہو تو دکاندار نے۔۔۔۔۔۔۔۔فی صد ریبیٹ دی۔

(۶) بیمہ دار کی عمر بڑھنے کے ساتھ تکمیلی مدت میں۔۔۔۔۔ہوتی ہے۔

(۷) بیمہ دار کو گاڑی انشورنس پالیسی کے آخری سال میں۔۔۔۔۔پریمیم ادا کرنا پڑتا ہے۔

(۸) بیمہ دار کو انشورنس پالیسی کے پہلے سال کا۔۔۔۔۔۔۔پریمیم دا کرنا پڑتا ہے۔

(۹) جائیداد کی خرید و فروخت میں مدد دینے والے شخص کو ادا کی گئی رقم ۔۔۔۔۔ کہلاتی ہے

(۱۰) 5 لاکھ روپے میں فروخت ہونے والے مکان پر 2% کے حساب سے کمیشن ایجنٹ کو ۔۔۔۔۔۔۔ روپے ملیں گے۔

2۔ مختصر جوابی سوالات

۱۔ پریمیم کی تعریف کریں۔

۲۔ تکمیلی مدت کی وضاحت کری۔

۳۔ انکم ٹیکس کی تعریف کریں۔

۴۔ خالص آمدن کی تعریف کریں۔

۶۔ ریبیٹ کسے کہتے ہیں۔

۶۔ انشورنس کی تعریف کریں نیز اس کی اقسام بیان کریں۔

4۔ کثیر الانتخابی سوالات

ہر سوال کے 4 ممکنہ جوابات دیئے گئے ہیں۔ صحیح جواب کے لئے استعمال ہونے والے حرف سوال کے سامنے دی گئی جگہ پر لکھیے۔

(ا) 100 کا 100 فیصد برابر ہوگا۔

(a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 1000

(۲) 20 کا جذر 20 برابر ہوگا۔

(a) 20 (b) 40 (c) 4 (d) 10

(۳) 20 کے %20 کا %20 برابر ہوگا۔

(a) 20 (b) 4 (c) 8 (d) 0.8

(۴) ایک پراپرٹی ڈیلر نے 15 لاکھ میں ایک مکان کا سودہ کروایا اور %1 دوطرفہ کمیشن طے کی۔

(a) 15000 روپے (b) 30,000 روپے (c) 10,000 روپے (d) 20,000 روپے

(۵) ایک فیکٹری کا مالک اپنی مصنوعات پر لکھی ہوئی قیمت پر دکانداروں کو %10 کمیشن دیتا ہے اور نقد ادائیگی کی صورت میں بقایا رقم %5 کمیشن دیتا ہے۔ ایک چیز کی قیمت 1000 روپے ہے۔ نقد ادائیگی پر اس کی قیمت ہوگی۔۔۔۔۔۔۔

(a) 900 روپے (b) 850 روپے (c) 800 روپے (d) 855 روپے

(۶) ایک پراپرٹی ڈیلر 100،000 روپے کی جائیداد کو 3 مرتبہ %1 کمیشن پر ہر گاہک کو 100،000 روپے میں ہی فروخت کرے اور دونوں طرف سے کمیشن وصول کرے تو اس کی کل کمیشن ہوگی۔۔۔۔۔۔۔۔۔۔

(a) 3000 (b) 6000 (c) 4000 (d) 5000

(۷) ایک دکاندار 4 چیزوں کے ساتھ ایک چیز مفت دے تو گاہک کو فائدہ ہوگا۔۔۔۔۔

(a) 25% (b) 20% (c) 15% (d) 33%

یونٹ VII الجبرا (Algebra)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے:۔

خطوط وحدانی پر مشتمل الجبری کا اختصار

الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا۔

درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی جمع وتفریق

درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی ضرب

درجہ 4 تک کی کثیر رقمیوں کی درجہ 2 تک کی کثیر رقمیوں پر تقسیم۔

درج ذیل کلیات اخذ کرنا۔

(i) $(a + a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

(ii) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

(iii) $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

درج ذیل طرز کے الجبر جملوں کی تجزی کرنا۔

$ka + kb + kc$ ، $a^2 + 2ad + b^2$

$a^2 - b^2$ ، $x^2 \pm px \pm q$

دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کا تصور

دو متغیرات میں ایک درجی مساوات کی مترادف مساوات کا تصور۔

ہمزاد مساواتوں کا حاصل۔

$a_2x + b_2y = c_1$

$a_2x + b_2y = c_2$

جب کہ $(a_2b_2 + a_2b_2 \neq 0)$

دو ہمزہ مساواتوں کے ذریعے روزمرہ زندگی سے متعلقہ سوالات حل کرنا

پچھلی جماعتوں میں ہم نے الجبری جملوں، ہم قسم اور غیر ہم قسم رقوم، آسان الجبر جملوں اور کثیر رقمیوں کی جمع، تفریق، ضرب اور تقسیم کے عوامل کرنا سیکھا۔

آیئے اب ان کے بارے میں مزید سیکھیں۔

7.1 بریکٹ والے الجبری جملوں کا اختصار

(Simpligying Algebraic Expressions Involving Brackets)

جیسا کہ حاب میں بریکٹ اندروالی تمام رقوم ایک ہی مقدار کو ظاہر کرتی ہیں۔اس طرح الجبر میں جملوں کا اختصار کے لئے بریکٹوں کا استعمال کیا جاتا ہے۔

بریکٹ کی درج ذیل اقسام عام طور پر زیر استعمال ہیں۔

1- قطعہ خط (Vinculum) ______

2- قوسی بریکٹ (Parenthesis) ( )

3- دندے دار بریکٹ (Braces) { }

4- مربعی بریکٹ (Square brackets) [ ]

جس الجبری جملے میں بریکٹ لگے ہوں، اسے مختصر کرنے کے لئے ضروری ہے کہ بریکٹ ہٹائے جائیں۔

بریکٹ ہٹانے کے لئے مندرجہ ذیل قوانین استعمال کئے جاتے ہیں۔

(i) اگر دو یا دو سے زیادہ قسم کے بریکٹ کو سب پہلے ختم کیا جائے گا۔ پس پس ______ ()، {} اور [ ] کو بالترتیب ختم کیا جاتا ہے۔

(ii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے + کی علامت ہو تو جملہ میں کسی قسم کی تبدیلی کیے بغیر بریکٹ ہٹاتے ہیں مثلاً $3x^2 - (5x - x^3) = 3x^2 - 5x + x^3$

(iii) اگر کسی بریکٹ سے پہلے ______ کی علامت ہو تو اس مقدار کو بریکٹ کے اندر ہر قسم کی علامت تبدیل (+ سے ---اور --- سے +) کرکے بریکٹ ہٹائے جاتے ہیں۔

مثلاً $2x^2 - (x - y) = 2x^2 - x + y)$

(iv) اگر کوئی مقدار بریکٹ سے پہلے لکھی جائے تو اس مقدار کو بڑ یکٹ کے اندر ہر رقم سے ضرب دی جاتی ہے مثلاً۔ $a(x+y)=ax+ay$

(v) اگر دو بریکٹوں کے درمیان + ۔۔۔ یا + میں سے کوئی بھی علامت نہ ہو تو اس کا مطلب ہے کہ دونوں جملوں کو آپس میں ضرب دی جائے گی۔

مثلاً (a+b)(x+y) کا مطلب ہے۔

A+b اور x+y کی آپس میں ضرب۔

مشق 7.1

مختصر کیجئے

1. $5x-(7z-8y)-\overline{3x+5y-4z}$
2. $x-2y-(x-2z)-\{2y-x)2z+x)\}$
3. $x-y-\{x-y-(x+y)-\overline{(x-y)}\}$
4. $a-2b-\{2a-4b(3a+c)+(3a-b-5c)\}$
5. $a^2-[a^2-\{a^2-(b^2-\overline{c^2+a^2)}-b^2\}-b^2]$
6. $a-[(2-a)-\{3-(a-a^2)\}-a-(a^2-a^3)]$
7. $-x-[3-(x-\overline{3-x})+\{x+(3-\overline{x-3})\}]$
8. $3x^2-2(y^2-\overline{x^2-z^2})-3\{(x^2-y^2+z^2)-\overline{x^2-y^2}\}]$
9. $2x-3[\{3x-(x-y-3)\}+\{4x-2(3y-\overline{4+x}\}]$
10. $64-5[-13x-7\{-19+4(17x156)\}]$

---

1. $5x-(7z-8y)-\overline{3x+5y-4z}$

Sol:. $5x-(7z-8y)-\overline{3x+5y-4z}$

$=5x-7+8y-3x-5y+4z$

$=5x-3x+8y-5y-7z+4z$

$=2x+3y-3z$

Ans: $2x+3y-3z$

2. $x-2y-(x-2z)-\{2y-x)2z+x)\}$

Sol:. $=X-2y(x-2z)-\{2y-x-(2+x)\}$
$=x-2y-x2z-\{2y-x-2z-x\}$
$=x-2y-x+2z-2y+x+2z-x$
$=x-x+x+x-2y-2y+2z+2z$
$=2x-4y+4z$

Ans:. $2x-4y+4z$

3. $x-y-\{x-y-(x+y)-\overline{(x-y)}\}$

Sol:. $X-2y-(x-2z)-\{2y-x-2z-x)\}$
$x-2y-x+2z-\{2y-x-2z-x\}$
$x-2y-x+2z-2y+2z+2z$
$x-x+x+x-2y+2z+2z$
$2x-4y+4z$

Ans:. $2x-4y+4z$

3. $x-y-\{x-y-(x+y)-\overline{(x-y)}\}$

Sol:. $X-y-\{x-y-(x+y)-(x-y)\}$
$x-y-\{x-y-(x+y)-x+y\}$
$= x-y\{x-y-x-y-x+y\}$
$=x-y-x+y+x+y+x-y$
$= 2x$

Ans:. $=2x$

4. $a-2b-\{2a-4b(3a+c)+(3a-b-5c)\}$

Sol:. $A-2b-\{2a-4b(3a+c)+(3a-b-5c)\}$
$=z-2b-\{2a-4b-3a-c+2a-b-5c\}$
$=a-2b-2a+4b+3a+c-2a+b+5c$
$=a-2a+3a-2a-2b+4b-2b+b+c+5c$
$=4a-4a+2b+b+6c$
$=0+3b+6c$

Ans: $=3b+6c$

5. $a^2-[a^2-\{a^2-(b^2-\overline{c^2+a^2})-b^2\}-b^2]$

Sol:. $a^2-[a^2-\{a^2-(b^2-\overline{c^2+a^2})-b^2\}-b^2]=$

$a^2-[a^2-\{a^2-(b^2-c^2-a^2)-b^2\}-b^2]$

$=a^2-[a^2-\{a^2-b^2+c^2+a^2-b^2\}-b^2]$

$=a^2-[a^2-a^2+b^2-c^2-a^2+b^2-b^2]$

$=a^2-a^2+a^2-b^2+c^2+a^2-b^2+b^2$

$=2a^2-b^2+c^2$

Ans: $2a^2-b^2+c^2$

6. $a-[(2-a)-\{3-(a-a^2)\}-a-(a^2-a^3)]$

Sol:. $a-[(2-a)-\{3-(a-a^2)\}-a-(a^2-a^3)]$

$a-[)2-a)-\{3-)a-a^2)\}-a-(a^2-a^3)]$.

$=a-[2-a-\{3-a+a^2\}-a-a^2+a^3]$

$=a-[2-a-3+a-a^2-a-a^2+a^3]$

$-a-2+a+3-a+a^2+a+a^2-a^3$

$=2a+2a^2-a^3+1$

anw: $1+2a+2a^2-a^3$

7. $-x-[3-(x-\overline{3-x})+\{x+(3-\overline{x-3})\}]$

Sol:. $-X-[3-(x-\overline{3-x})+\{x+(3-\overline{x-3})\}]$

$=-x-[3-(x-3+x)\{x+(3-x+3)\}]$

$=-x-\{3-x+3-x+\{x+3-x+3\}\}$

$=-x-[3-x+3-x+x+3-x+3]$

$=-x-3x-3+x-x-x-3x-3$

$=-x+x+x-x+x-3-3-3$

$=x-12$

Ans: $x-12$

8. $3x^2-2(y^2-\overline{x^2-z^2})-3\{(x^2-y^2+z^2)-\overline{x^2-y^2}\}]$

Sol:. $3x^2-2(y^2-\overline{x^2-z^2})-3\{(x^2-y^2+z^2)-\overline{x^2-y^2}\}]$

$= 3x^2-3(y^2-x^2+z^2)-3\{(x^2-y^2+z^2)-x^2+y^2\}$

$= 3x^2-2y^2-2z^2+2z^2-3y^2-3z^2+3x^2-3y^2$

$=3x^2-3x^2+3x^2-2y^2-3y^2-3y^2+2z^2-2z^2-3z^2$

$=3x^2-2y^2-3z^2$

Ans: $3x^2-2y^2-3z^2$

9. $2x-3[\{3x-(x-y-3)\}+\{4x-2(3y-\overline{4+x}\}]$

Sol:. $2x-3[\{3x-(x-y-3)\}+\{4x-2(3y-\overline{4+x}\}]$

$=2x-3[\{3x-(x-y-3)\}+\{4x-2(3y-4x)\}]$

$=2x-3[\{3x-x+y+3\}+5\{4x+2x-6y+8\}]$

$=2x-3[2x+y3+30x-30y+40]$

$=2x-3[32x-29y+43]$

$=2x-96x+87y-129$

$=-94x+87y-129$

$=-94x+87y-129$

Ans:. $=-94x+87y-129$

10. $64-5[-13x-7\{-19+4(17x156)\}]$

Sol:. $64-5[-13x-7\{-19+4(17x156)\}]$

$=64-5[-13x-7\{-19x \quad 8x-24\}]$

$=64-5[-13x-7\{-11x-24\}]$

$=64-5[-13x+77x+168]$

$=64-5[64x+168]$

$= 64-320x-840$

$= 320\,x-776$

Ans: $-30x-776$

7.2 الجبری جملوں کی قیمتیں معلوم کرنا

(Evaluating Algebraic Expressions)

ایک یا ایک سے زیادہ متغیرات پر مشتمل الجبری جملہ میں متغیرات کی جگہ ان کی مخصوص قیمتیں (حقیقی اعداد) درج کئے جائیں تو حاصل ہونے والا عدد الجبری جملہ کی قیمت کہلاتا ہے۔

مشق 7.2

(i) اگر z=1 اور y=2, x=3 ہو تو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $10xy+6yz7zx$ (ii) $y^2+z^2-x^2+2yz$

(iii) $x^3+y^3+z^3-3xyz$ (iv) $x(y+z)(z+x)+z(x+y)$

(v) $xy(yz+zx)yz(zx+zy)$ (vi) $\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}$

(vii) $\frac{xy}{z}+\frac{yz}{z}+\frac{zz}{y}$ (vii) $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{x^2}$

(ix) $\frac{z^2-y^2}{x^2+xy+y^2}$ (x) $\frac{y^2-z^2}{y^2+z^2}\times\frac{zx}{3y-z}$

(ii) پہلے n قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کرنے کا فارمولا ہے

$$s=1+2+3+.....+n\ \frac{m(n+1)}{1}$$

اس فارمولا کی مدد سے

(i) پہلے 100 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں (ii) پہلے 149 قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کریں۔

(iii) قدرتی اعداد 101 سے 149 تک مجموعہ کیا ہوگا؟

ایک بند سلنڈر (بیلن) کی سطح کے رقبہ A کیلئے فارمولا $a=3nr(3+h)$ ہے

جب کہ r اور h سلنڈر کا بالترتیب رداس اور بلندی ہیں۔ تیل کے ایک بند ڈرم کی سطح کا رقبہ معلوم کریں جب کہ اس کا رداس 30 سم سے بلندی 80 سم ہے۔ $(n=\frac{22}{7})$

(i) اگر $x=3$, $y=2$ اور $z=1$ ہوتو مندرجہ ذیل کی قیمتیں معلوم کریں۔

(i) $10xy+6yz-7zx$

$x=3,\ y=2, z=13$

sol:. $10\ xy+6yz-7zx$

$=10(3)(2)+6(2)(1)-7(1)(3)$

x, y اور z کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$=60+12-21$

$=72-21$

$=51$

ans:. 51

(ii) $y^2+z^2-x^2+2yz$

$y^2+z^2-x^2+2yz$

$=(2)^2+(1)^2-(3)^2+2\ (2)\ (1)$

x,y اور z کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$=4+1-9+4$

$=4+1+4-9$

$=9-9=0$

Ans:. 0

(Iii) $x^1+y^2+z^3-3xyz$

$x^1+y^2+z^3-3xyz$

$=(3)^3+(2)^3+(1)^3--3\ (3)\ (2)\ (1)$

x,y اور z کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$=9+4+1-18$

$=14-18$

$=4$

Ans:. 4

(iv) $x(y+z)+y(z+y)$

$x(y+z)+y(z+y)$

x,y اور z کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$=(3)(2+1)+2(1+3)+1(3+2)$

$=3(3)+2(4)+1(5)$

$=9+8+5$

$=22$

Ans:. 22

(V) $xy(yz+zx)+yz(zx+xy)$

$xy(yz+zx)+yz(zx+xy)$

x,y اور z کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$=(3)(2)\{(2)(1)+(1)(3)\}+(2)(1)\{(1)(3)+(3)(2)\}$

$=6\{2+3\}+2(3+6)$

$=6(5)+2(9)$

$=30+18$

$=48$

Ans:. 48

(vi) $\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}$

$\frac{x}{y}+\frac{y}{z}+\frac{z}{x}$

x, y اور z کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$=\frac{3}{2}+\frac{2}{1}+\frac{1}{3}$

$=\frac{3(3)+2(6)+1(2)}{6}$

$=\frac{9+12+2}{6}$

$6\overline{)23}$
-18
5

$=\frac{23}{6}$

Ans:. $1\frac{5}{6}$

(vii) $\frac{xy}{z}+\frac{yz}{z}+\frac{zz}{y}$

Sol:. $\frac{xy}{z}+\frac{yz}{z}+\frac{zz}{y}$

x, y اور z کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$$\frac{3(2)}{1}+\frac{2(1)}{3}+\frac{1(3)}{2}$$

$$\frac{6}{1}+\frac{2}{3}+\frac{3}{2}$$

$$\frac{6(6)+2(2)+3(3)}{6}$$

$$\frac{36+4+9}{6}$$

$$=\frac{49}{6}$$

$$6\overline{)49}\quad 8,\ -48,\ 1$$

Ans:. $8\frac{1}{6}$

(Viii) $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{x^2}$

Sol:. $\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{x^2}$

x, y اور Z کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$$=\frac{(3)}{(2)}+\frac{(2)}{(1)}+\frac{(1)}{(3)}$$

$$=\frac{9}{4}+\frac{4}{1}+\frac{1}{9}$$

$$=\frac{9(9)+4(36)+1(4)}{36}$$

$$=\frac{91+144+4}{36}$$

$$=\frac{229}{36}$$

$$16\overline{\left)\begin{array}{r} 6 \\ 229 \\ 216 \\ 13 \end{array}\right.}$$

Ans:. $=6\frac{16}{36}$

(ix) $\frac{z^2 - y^2}{x^2 + xy + y^2}$

Sol:. $\frac{z^2 - y^2}{x^2 + xy + y^2}$

x اور y کی قیمتیں درج کرنے سے۔

$$\frac{(3)^2 - (2)^2}{(3)^2 + (3)(2) + (2)^2}$$

$$\frac{27 - 8}{9+6+4}$$

$$\frac{19}{19}$$

Ans:. 1

(x) $\frac{y^2 - z^2}{y^2 + z^2} \times \frac{zx}{3y - z}$

Sol:. $\frac{y^2 - z^2}{y^2 + z^2} \times \frac{zx}{3y - z}$

$$\frac{(2)^2 + (1)^2}{(2)^2 - (1)^2} \times \frac{2(3)}{3(2) - 1}$$

$$= \frac{4+1}{4-1} \times \frac{6}{6-1}$$

$$= \frac{5}{3} \times \frac{6}{5}$$

$$= \frac{\not{5}}{\not{3}} \times \frac{\not{6}^{2}}{\not{5}} = 2$$

Ans:. $=2$

(ii) پہلے n قدرتی اعداد کا مجموعہ معلوم کرنے کا فارمولا ہے

$s=1+2+3+.....+n \quad \frac{m(n+1)}{1}$

(i) $s = \frac{n(n+1)}{2}$

پہلے 100 قدرتی اعداد کا مجموعہ n=100

اس لئے $S= \frac{100(100+1)}{2}$

$S=50(101)$

جواب: $S=5050$

(ii) پہلے 149 قدرتی اعداد کا مجموعہ

$n = 149$

$s = \frac{n(n+1)}{2}$

$S= \frac{149(149+1)}{2}$

$S= \frac{149(150)}{2}$

جواب: $S=11175$

(iii) قدرتی اعداد 101 تا 149 تک مجموعہ

1 تا 149 تک کا مجموعہ

$s = \frac{n(n+1)}{2}$

$S= \frac{149(149+1)}{2}$

$S= \frac{149(150)}{2}$

$S=11175$

قدرتی اعداد 101 تا 149 تک کا مجموعہ

$$n = 100$$

$$s = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$S = \frac{100(100+1)}{2}$$

$$s = 50(101)$$

$$s = 5050$$

1 تا 149 تک کا مجموعہ

$$= 11175 - 5050$$

$$= 6125$$

جواب: $=6125$

بند سلنڈر کی سطح کا رقبہ

$$A = 2n(y+n)$$

$$y = 30cm$$

$$h+80cm$$

$$A = 2x\frac{22}{7}(80+30)$$

$$A = 2x\frac{22}{7}x110$$

$$A = \frac{44x110}{7} = \frac{4840}{7}$$

$$A = 691.43cm^2$$

7.3 4 درجہ تک کی کثیر رقموں کو جمع اور تفریق

(Adding and Subtracting Polynomials of degrees upto4)

ہم دو درجہ تک کی کثیر رقموں کی جمع اور تفریق سیکھ چکے ہیں۔ اب ہم 4 درجہ تک کی کثیر رقموں کی جمع اور تفریق کے متعلق پڑھیں گے۔

مشق 7.3

1- حل کیجئے۔

(i) $(9x^3-5x^2y+3xy^2+y^3)+(-11x^3+7x^2y-8xy^2-5y^3)$

(ii) $(\frac{1}{7}x+\frac{3}{7}x^2-1)+(\frac{1}{6}x^3+\frac{4}{7}x^2-\frac{2}{7}x+\frac{8}{7})$

(iii) $(y^3-y^2-5)-(6y-y^2+9+5y^3)+(2y^3-7y-4)$

(iv) $4x^4-\{3x^2+(2x-3)-5x^2-9(3x^2+5x)\}$

(v) $6x^2-\{4x\ 3\ (x^2-2)-\overline{6x-3}\}$

(vi) $4x^4-3x^3+[(2x-1)-\{3x^2+5x-2\}+2]$

2- x^3+x^2+x-4 میں سے $7-x-x^2$ کو تفریق کیجئے

$x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x\frac{7}{2}$ میں سے $\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{4}x^4$

3- x^4- کو 1 میں سے تفریق کیجئے اور حاصل تفریق $x^4+4x^3+6x^2+6x+1$ میں سے تفریق کریں۔

4- $7x^2+6$ کو $13ax12x^2+4$ اور $12x^2+ax-6x^2$ کے مجموعہ میں سے تفریق کیجئے۔

(I) $(9x^3-5x^2y+3xy^2+y^3)+(-11x^3+7x^2y-8xy^2-5y^3)$

$$\begin{array}{l} 9x^3-5x^2y+3xy^2 \\ \underline{-11x^3+7x^2y-8xy^2-5y^2} \\ -2x^3+2x^2y\ 5xy^2-4x^3 \end{array}$$

جواب:- $-2x^3+2x^2y\ 5xy^2-4x^3$

(ii) $(\frac{1}{7}x+\frac{3}{7}x^2-1)+(\frac{1}{6}x^3+\frac{4}{7}x^2-\frac{2}{7}x+\frac{8}{7})$

$(\frac{1}{7}x+\frac{3}{7}x^2-1)+(\frac{1}{6}x^3+\frac{4}{7}x^2-\frac{2}{7}x+\frac{8}{7})$

$\frac{1}{7}x^4+\frac{3}{7}x^2+\frac{4}{7}x^2-\frac{2}{7}x-1\frac{8}{7}+\frac{1}{6}x^3$

$$=\frac{1}{7}x^4+\frac{3x+4x}{7}-\frac{2}{7}x-1\frac{7+8}{7}+\frac{1}{6}x^3$$

$$=\frac{1}{7}x^4+\frac{7x^2}{7}+\frac{2}{7}x-1\frac{1}{7}+\frac{1}{6}x^3$$

$$=\frac{1}{7}x^4+x-\frac{2x}{7}+\frac{1}{7}+\frac{1}{6}x^3$$

جواب:۔ $\frac{1}{7}x^4+\frac{1}{6}x^3+x^2\frac{2x}{7}+\frac{1}{7}$

(iii) $(y^3-y^2-5)-(6y-y^2+9+5y^3)+(2y^3-7y-4)$

Sol:. $(y^3-y^2-5)-(6y-y^2+9+5y^3)+(2y^3-7y-4)$

$y^3-y^2-5-6y+y^2-9-5y^3+2y^3-7y-4$

$y^3-5y^3+2y-y^2+y^2-6y-7y-5-9-4$

جواب:۔ $-2y^3-13y-18$

(iv) $4x^4-\{3x^2+(2x-3)-5x^2-9(3x^2+5x)\}$

Sol:. $4x^4-\{3x^2+(2x-3)-5x^2-9(3x^2+5x)\}$

$4x^4-\{3x^2+2x-3-5x^2-27x^2+45x\}$

$4x^4-\{3x^2-5x^2-27x^2+2-45x-3\}$

$4x^4-\{29x^2+43x-3\}$

$4x^4+29x^2+43x-3\}$

جواب:۔ $4x^4+29x^2+43x-3\}$

(v) $6-x^2-\{4x\ 3\ (x^2-2)-\overline{6x-3}\}$

Sol:. $6-x^2-\{4x\ 3\ (x^2-2)-\overline{6x-3}\}$

$6-x^2-\{4x\ 3x^2+6-6x-3\}$

$6-x^2-\{-3x^2+4x-6x+6+3\}$

$6-x^2-\{3x^2-2x+9\}$

$2-x^2+2x-3$

جواب:۔ $2-x^2+2x-3$

(vi) $4x^4-3x^3+[(2x-1)-\{3x^2+5x-2\}+2]$

Sol:. $4x^4-3x^3+[(2x-1)-\{3x^2+5x-2\}+2]$

$4x^4-3x^3+[2x-1-3x^2-5x+2x+2]$

$=4x^4-3x^3+2x-1-3x^2-5x+2x+2$

$=4x^4-3x^3-3x^2+2x-5x+2x+2-1$

$=4x^4-3x^3-3x^2-x+1$

جواب:۔ $=4x^4-3x^3-3x^2-x+1$

2- (i) x^3+x^2+x-4 میں سے $7-x-x^2$ کو تفریق کیجئے

x^3+x^2+x-4

$\underline{\pm x\mp x\pm 4}$

x^3+2x^2+2x-1

Ans:. $x^3+2x^2+2x-11$

(ii)

$\frac{1}{2}\ \ \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{4}x^4$ میں سے $x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x\frac{7}{2}$ تفریق کیجئے

$$\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{4}x^4 - x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x\frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{2}\ \frac{1}{3}x+\frac{1}{4}x^2-\frac{2}{3}x^3+\frac{3}{4}x^4 - x^4+\frac{1}{3}x^3+\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{3}x\frac{7}{2}$$

$$\frac{1}{2}x\frac{7}{2}-\frac{1}{3}x-\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{4}x^2\frac{2}{3}x^3-\frac{1}{3}x^3\frac{3}{4}x^4-x^4$$

$$=\frac{1+7}{2}+\frac{x-x}{3}+\frac{-x-3x^2}{4}+\frac{-2x^3-1x^3}{4}+\frac{3x^4-4x^4}{3}$$

$$=\frac{8}{2}+\frac{2x^2}{3}-\frac{4x^3}{4}-\frac{3x^3}{4}+\frac{-x^4}{3}$$

$$=4-\frac{2x}{3}-X-x-\frac{x^3}{4}$$

جواب:- $=4-\frac{2x}{3}-X-x-\frac{x^3}{4}$

3- $-x^4$ کو 1 میں سے تفریق کیجئے اور حاصل تفریق $x^4+4x^3+6x^2+6x+1$ میں سے تفریق کریں۔

$1-(-x^4$

$1+x^4$

$(x^4+4x^3+6x^2+6x+1)-(1+x^4)$

$=x^4+4x^3+6x^2+6x+1-1+x^4$

$=x^4+4x^3+6x^2+6x+1-1$

$=4x^3+6x^2+6x$

جواب:- $=4x^3+6x^2+6x$

4- $7x^2+6$ کو $3ax12x^2+4$ اور $12x^2+ax-6x^2$ کے مجموعہ میں سے تفریق کیجئے۔

$(12x^2+ax-6x^2)+(3ax-12x+4)-(7x^23+6)$

$=12x^2+ax-6x^2)+(3ax-12x+4)-(7x^23+6$

$=-7x^2+12x^2-6x^2+ax+3ax-12x+4+6$

$=-7x^3+6x^2+4ax-12x-2$

جواب:- $=-7x^3+6x^2+4ax-12x-2$

7.4 4درجہ تک کی کثیر رقموں کی ضرب

(Multiplying two Polynomials of degrees up to 4)

دو کثیر رقموں کی ضرب کرتے وقت ایک کثیر رقمی کو ایک ہی رقم تصور کرتے ہوئے دوسری سے ضرب دیتے ہیں۔

مشق 7.4

مختصر کیجئے۔

1. $(x+2y)(x^2-3y^2)$
2. $(4x^2-y)(5x+2y^2)$
3 $(x+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
4. $(34x+x^2)(5x^2+x-2)$
5. $(x^3+4x^2-5x+1)(2x^2+x-1)$
6. $(ax^3+bx^2+cx+d)(px+q)$
7. $(4x^3-5x^2y+7xy^2-8y^3)(3x-5y)$
8. $(7x^3-x+11)(2x^2-9)$
9. $(5x^4+3x^2y^2-7xy+y^3)(5x-7y)$.
10. $(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)(ax+by+cz)$
11. $(x^3+2x-5)(5x^3-2x^2+7x+4)$
12. $(5x^3-4x^2-3x1)(-x^3-x^2-1)$
13. $(3x^4+x^2-x+2)(5x^3+3x^2-2x-3)$
14. $(x^4+x^2y^3+y^4)(x^4+x^2y^3+y^4)$

(i) $(x+2y)(x^2-3y^2)$

$x+3y$
x^2-3y^2
x^3+2x^2y
$-3xy^2-6y^2$
$x^3+2x^2-3xy^2-6y^2$

(ii) $(4x^2-y)(5x+2y^3)$

$4x^2-y^2$
$5x+2y^2$
$20x^3-5xy^3$
$+8x^2y^3-2y^4$
$20x^3-5xy^3+8x^2y^2-2y^4$

$20x^3-5xy^2+8x^2y^2-2y^4$

(iii) $(x+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

Sol:. $(x+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$

x^2+xy+y^2

x^2-xy+y^2

$x^4+x^3y+x^2y^2$

$-x^3y-x^2y^2$

$+x^2y^2+xy^3+y^4$

$x^4 \quad +x^2y^2+y^4$

Ans:. $x^4+x^2y^2+y^4$

(iv) $(34x+x^2)(5x^2+x-2)$

Sol:. $(34x+x^2)(5x^2+x-2)$

$5x^2+x-2$

$3x+x^2$

$5x^2+x^3-2x^3$

$170x^3+34x^2-68x$

$5x^4+171x^3+32x^2-68$

Ans:. $5x^4+17x^3+32x^2-68$

(v) $(x^3+4x^2-5x+1)(2x^2+x-1)$

Sol:. $(x^3+4x^2-5x+1)(2x^2+x-1)$

x^3+4x^2-5x+1

$2x^2+x\ 1$

$2x^5+8x^4-10x^3+2x^2$

$x^4+4x^3-5x^2+x$

$-x^3-4x^2+5x-1$

$2x^5+9x^4-7x^3-7x^2+6x-1$

Ans:. $2x^5+9x^4-7x^3-7x^2+6x-1$

(vi) $(ax^2 + bx^2 + cx + d)(px + q)$

Sol:. $(ax^2 + bx^2 + cx + d)(px + q)$

$Ax^2 + bx^2 + cx + b$

$px - q$

$apx^3 + pbx^2 + cpx^2 + dps$

$-aqx^3 - bqx^2\ cqx - bq$

$apx^3 + pbx^2 + cpx^2 + dpx - bqx^3\ cqx^2 - dq$

Ans:. $apx^3 + pbx^2 + cpx^2 + dpx - bqx^3\ cqx^2 - dq$

(vii) $(4x^3 - 5x^2y + 7xy^2 - 8y^3)(3x - 5y)$

Sol:. $(4x^3 - 5x^2y + 7xy^2 - 8y^3)(3x - 5y)$

$4x^3 - 5x^2y + 7xy^2 - 8y^3$

$3x - 5y$

$12x^4 - 15x^3y + 21x^2y^2 - 24xy^3$

$-20x^3y + 25x^2y^2 - 35xy^3 + 40y^4$

$12x^4 - 35x^3y + 46x^2y^2 - 59xy^3 + 40y^4$

Ans:. $12x^4 - 35x^3y + 46x^2y^2 - 59xy^3 + 40y^4$

(viii) $(7x^3 - x + 11)(2x^2 - 9)$

Sol:. $(7x^3 - x + 11)(2x^2 - 9)$

$7x^3 - x + 11$

$2x^2 - 9$

$14x^3 - 2x^3 + 22x^2$

$-63x^3$

$+9x - 99$

$14x^5 - 65x^3 + 22x^2 + 9x - 99$

Ans:. $14x^5 - 65x^3 + 22x^2 + 9x - 99$

(ix) $(5x^4+3x^2y^2-7xy+y^2)(5x-7y)$

Sol:. $(5x^4+3x^2y^2-7xy+y^4)(5x-7y)$

$5x^4+3x^2y^2-7xy+y^4$

$5x+7y$

$25x^5+15x^3y^2-35x^2y+5xy^4$

$-3x^4-12x^2y^3+49xy^2-7y^5$

$25x^5+15x^3y^2-35x^2y+5x^4y-35x^4y-21x^2y^2+49xy^2-7y^5$

Ans:. $25x^5+15x^3y^2-35x^2y+5x^4y-35x^4y-21x^2y^2+49xy^2-7y^5$

(x) $(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)(ax+by+cz)$

Sol:. $(a^2x^2+b^2y^2+c^2z^2)(ax+by+cz)$

$a^2x^2-b^2y^2-c^2z^2$

$a^3x^3+b^2y^2-c^2z^2$

$a^2x^2+a^2b^2x^2y^2+a^2c^2xy^2-a^2c^2xz^3$

$a^2bx^2y+b^3y^3+bc^2y^2z^2$

$-a^2cx^2z-bc^2yz^2-c^3z^3$

$a^3x^3+ab^2xy^2+ac^2xz^2+a^2bx^2+b^3y^3+bc^2y^2z-a^2cx^2z-bc^2yz^2-c^3z^3$

Ans:. $a^3x^3+ab^2xy^2+ac^2xz^2+a^2bx^2+b^3y^3+bc^2y^2z-a^2cx^2z-bc^2yz^2-c^3z^3$

(xi) $(x^3+2x-5)(5x^3-2x^2+7x+4)$

Sol:. $(x^3+2x-5)(5x^3-2x^2+7x+4)$

$5x^3-2x^2+7x+4$

$3x+2x-5$

$5x^6-2x^5+7x^4+4x^3$

$10x^4-4x^3+14x^2+8x$

$-25x^3+10x^2-35x-20$

$5x^6-2x^5+17x^4-25x^3+24x^2-27x-20$

Ans:. $5x^6-2x^5+17x^4-25x^3+24x^2-27x-20$

(xii) $(5x^3-4x^2-3x1)(-x^3-x^2-1)$

Sol:. $(5x^3-4x^2-3x1)(-x^3-x^2-1)$

$5x^3-4x^2-3x+1$

$-x+3x-1$

$-5x^6+4x^5+3x^4-x^3$

$15x^5+12x^4-9x^3+3x^2$

$-5x^3+4x^2+3x-1$

$-5x^6+19x^5-9x^4-15x^3+7x^2+3x-1$

Ans:. $-5x^6+19x^5-9x^4-15x^3+7x^2+3x-1$

(xiii) $(3x^4+x^2-x+2)(5x^3+3x^2-2x-3)$

Sol:. $(3x^4+x^2-x+2)(5x^3+3x^2-2x-3)$

$3x^4+x^2-x+2$

$5x^3+3x^2-2x-3$

$16x^6+5x^5-5x^4+10x^3$

$9x^6 \quad +3x^4-3x^3+6x^2$

$-6x^5 \quad -2x^3+2x^2-4x$

$9x^4 \quad -3x^2+3x-6$

$24x^6-x^5-11x^4+5x^3+5x^2-x-6$

Ans:. $24x^6-x^5-11x^4+5x^3+5x^2-x-6$

(Xiv) $(x^4+x^2y^2+y^4)(x^4+x^2y^2+y^4)$

Sol:. $(x^4+x^2y^2+y^4)(x^4+x^2y^2+y^4)$

$x^4+x^2y^2+y^4$

$x^4-x^2y^2+y^4$

$x^8+x^6y^2+x^4y^4$

$-x^6y^2+x^4y^4-x^2y^6$

$+x^4y^4-x^2y^6+y^8$

Ans:. $x^8+x^4y^4+y^8$

$x^8+x^4y^4+y^8$

7.5 4 درجہ تک کی کثیر رقموں کو 2 درجہ تک کی کثیر رقموں پر تقسیم کرنا۔

(Dividing Polynomials (of degrees upto 4) by Polynomials (of degrees upto 2)

4 درجی کثیر رقمی کی ایک درجی یا دو درجی کثیر رقمی پر تقسیم کی جاتی ہے جیسا کہ ہم ساتویں جماعت میں 3 درجی کثیر رقمی کو یک درجی کثیر رقمی پر تقسیم کرنا سیکھ چکے ہیں۔

آیئے اس کا اعادہ کریں۔

مشق 7.5

پہلے جملے کو دوسرے جملے پر تقسیم کیجئے

1. $(5x^2-2x^2+x^3-24) \div (x-3)$
2. $(3x^3+x-2+x^2) \div (3x-2)$
3. $(6x^3+7x^2+5x+2) \div (3x+2)$
4. $(10x^3-x^2-17-4) \div (5x+2)$
5. $(12x^3-28x^2+13x-3) \div (2x+3)$
6. $(3x^4+13x^2+5) \div (3x+1)$
7. $(3x^4-2x^2+3x+6) \div (x-1)$
8. $(X^4-1+x) \div (x-1)$
9. $(6x^4+5x^3+2x^2-x+2) \div (3x^2-2x+1)$
10. $(68x^4+14y^3+23x^2y^2-14xy^3+15y^4) \div (2x^2 3xy-5y^3)$

---

1. $(5x^2-2x^2+x^3-24) \div (x-3)$

Sol: $(5x^2-2x^2+x^3-24) \div (x-3)$

x^2+x+8

$x-3 \;\big)\; x^3-2x^2+x-24$

$\pm x^3 \mp 3x^2$

x^2+x-24 (printed: $\mp 5x-24$)

$\pm x^2 \mp 3x$

$8x-24$

$8x \mp 24$

Ans:. x^2+x+8

2. $(3x^3+x-2+x^2) \div (3x-2)$

Sol: $(3x^3+x-2+x^2) \div (3x-2)$

x^2+x+1

$3x-2 \;\big)\; 3x^3+x-2+x^2$

$\pm 3x^3 \mp 2x^2$

$3x^2+x-2$

$\pm 3x^2 \mp 2x$

$3x-2$

$\pm 3x \mp 2$

Ans:. x^2+x+1

3. $(6x^3+7x^2+5x+2) \div (3x+2)$

Sol: $(6x^3+7x^2+5x+2) \div (3x+2)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^2+x+1 \\
\hline
 & 6x^3+7x^2+5x+2 \\
 & \pm 6x^3 \pm 4x^2 \\
\cline{2-2}
3x+2 & 3x^2+5x+2 \\
 & \pm 3x^2 \pm 2x \\
\cline{2-2}
 & 3x+2 \\
 & \pm 3x \pm 2 \\
\cline{2-2}
\end{array}
$$

Ans:. $2x^2+x+1$

4. $(10x^3-x^2-17-4) \div (5x+2)$

Sol: $(10x^3-x^2-17-4) \div (5x+2)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x^2-x-2 \\
\hline
 & 10x^3-x^2-17-4 \\
 & \pm 10x^3 \pm 4x^2 \\
\cline{2-2}
5x+2 & 5x^2-17x-4 \\
 & \pm 5x^2 \pm 2x \\
\cline{2-2}
 & -15x-4 \\
 & +16x+4 \\
\end{array}
$$

Ans:. $2x-x-2$

5. $(12x^3-28x^2+13x-3) \div (2x+3)$

Sol: $(12x^3-28x^2+13x-3) \div (2x+3)$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 6x^2+5x-1 \\
\hline
 & 12x^3-28x^2+13x-3 \\
 & \pm 12x^3 \pm 18x^2 \\
\cline{2-2}
2x+3 & 10x^2+13x-3 \\
 & \pm 10x^2 \pm 15x \\
\cline{2-2}
 & -2x-3 \\
 & +2x+3 \\
\cline{2-2}
 & x \\
\end{array}
$$

Ans:. $6x^2+5x-1$

6. $(3x^4+13x^2+5) \div (3x+1)$

Sol: $(3x^4+13x^2+5) \div (3x+1)$

$$\begin{array}{r|l} & x^2+4 \\ \hline 3x+1 & 3x^4+13x^2+5 \\ & \pm 3x^4+x \\ \hline & 12x^2+4 \\ & \pm 12x^2 \pm 4 \\ \hline \end{array}$$

Ans:. x^2+4

7. $(3x^4-2x^2+3x+6) \div (x-1)$

Sol: $(3x^4-2x^2+3x+6) \div (x-1)$

$$\begin{array}{r|l} & 2x-2 \\ \hline x-1 & 2x^4-2x^2+3x+6 \\ & \pm 2x^3 \quad \pm 2x \\ \hline & -2x^2 \pm 5x+6 \\ & \pm 2x^2 \quad \pm 2 \\ \hline & 5x+4 \end{array}$$

$5x+4$

Ans:. $2x-2$

8. $(X^4-1+x) \div (x-1)$

Sol: $(X^4-1+x) \div (x-1)$

$$\begin{array}{r|l} & x^3+x^2+x+2 \\ \hline X-1 & X^4-1+x \\ & \pm x^4 \quad \pm x \\ \hline & x^3+x-1 \\ & \pm x^3 \quad +x \\ \hline & x^2+x-1 \\ & \pm x^2 \quad +x \\ \hline & 2x-1 \\ & \pm 2x \pm 2 \\ \hline & 1 \end{array}$$

Ans:. x^3+x^2+x+2

9. $(6x^4+5x^3+2x^2-x+2)\div(3x^2-2x+1)$

Sol: $(6x^4+5x^3+2x^2-x+2)\div(3x^2-2x+1)$

Quotient: $2x^2-3x+2$

Divisor: $3x-2x+1$

$6x^4+5x^3+2x^2-x+2$

$\pm6x^4\pm4x^3\pm2x^2$

$9x^3-x\pm2$

$\pm9x^3\pm3x\quad\pm6x$

$6x^2-4x\pm2$

$\pm6x^2\pm4x\pm2$

Ans:. $2x^2-3x+2$

10. $(68x^4+14y^3+23x^2y^2-14xy^3+15y^4)\div(2x^2-3xy-5y^3)$

Sol: $(68x^4+14y^3+23x^2y^2-14xy^3+15y^4)\div(2x^2-3xy-5y^3)$

Quotient: $4x^2-xy-3y^2$

Divisor: $2x^2-3xy-5y^2$

$8x^4+14y^3+23x^2y^2-14xy^3+15y^4$

$\pm8x^4\pm12x^3\pm20x^2y^2$

$2xy^3-3x^2y^2-14xy^3+15y^4$

$\pm2x^3y\pm3x^2y^2\pm5xy^3$

$6x^2y^2-9xy^3+15y^4$

$\pm6x^2y^2\pm9xy^3\pm15y^4$

Ans:. $4x^2-xy-3y^2$

7.6 فارمولے اخذ کرنا (Establishing Formulae)

فارمولے الجبرے میں انتہائی اہم کردار ادا کرتے ہیں ان کی مدد سے ضرب کا عمل کیے بغیر نتائج لکھے جاسکتے ہیں۔ جو فارمولے ہم اخذ کریں گے ان میں ضرب کا عمل ہوگا۔

آیئے ہم چند فارمولے اخذ کرتے ہیں۔

(a) فارمولا 1: $(x+a)(x+b)=2+x^2(a+b)x+ab$

یونٹ VIII جیومیٹری
(Geometry)

اس یونٹ میں ہم سیکھیں گے۔

مسئلہ فیثا غورث کا بیان اس کا غیر رسمی ثبوت اور استعمال۔

مثلثی اور چوکوری علاقہ کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے ہیرو فارمولا کا بیان اور استعمال۔

بیلن کی سطح کا رقبہ اور بیلن کا حجم معلوم کرنا۔

مخروط کی سطح کا رقبہ اور مخروط کا حجم معلوم کرنا۔

روزمرہ زندگی سے بیلن اور مخروط کے رقبہ اور حجم کے متعلقہ عبارتی سوالات

حل تشکیل (Construction)

ایک قطعہ خط کو دیئے گئے چند برابر حصوں میں تقسیم کرنا۔

ایک قطعہ خط کو دے گئے چند نسبتی حصوں میں تقسیم کرنا۔

ایسی مثلث بنانا جس کا احاطہ اور اضلاع کی مقداروں میں بسبت دی گئی ہو۔

منسطم مخمس، مسدس اور مثمن کا تصور

منسطم مخمس، مسدس اور مثمن کی تشکیل

مربع اور معین کے وتروں کی تعریف

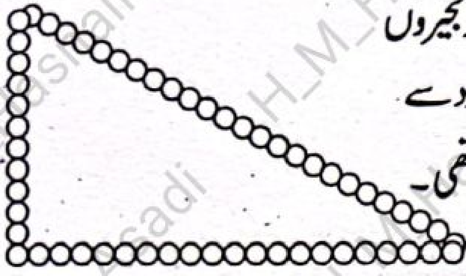
مربع اور معین کے وتروں کی خصوصیات۔

مربع اور معین کی تشکیل، جب کہ ان کے وتروں کی مقداریں دی گئی ہوں۔

مسئلہ فیثا غورث (Pythagorus Theorem)

مسئلہ فیثا غورث جیومیٹری میں بنیادی حیثیت کا حامل ہے۔ 2500 سال قبل ایک یونانی ریاضی دان فیثا غورث نے دریافت کیا اس کی دریافت کا خیال اسے دریائے نیل کی چوڑائی کی پیائش کے ایک خاص طریقے سے

آیا۔ مصری دیائے نیل کی چوڑائی کی پیمائش ایک زنجیروں سے بنی ہوئی خاص قسم کی قائمۃ الزاویہ مثلث کی مدد سے کرتے تھے۔ جس کے اضلاع میں 3:4:5 ہوتی تھی۔



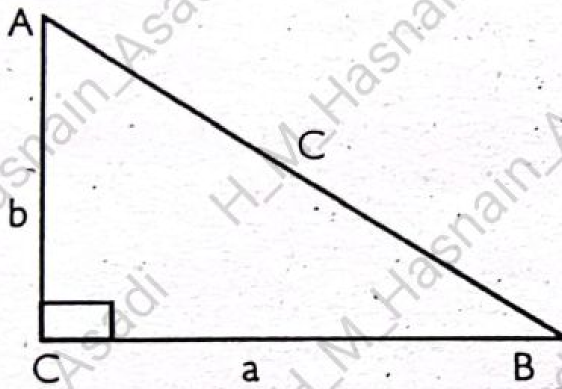
16

8.1 بیان مسئلہ فیثاغورث (Statement of Pythagor us Theorem)

کسی قائمۃ الزاویہ مثلث ABC میں

اگر m<c =90° کے قاعدہ، عمود اور وتر کی

مقداریں بالترتیب b,a اور c ہوں تو



$c^2 = a^2 + b^2$

$(وتر)^2 = (عمود)^2 + (قاعدہ)$

یاد رکھئے۔

> زاویہ قائمہ کے سامنے والا ضلع وتر کہلاتا ہے۔ زاویہ قائمہ کے متصلہ اضلاع میں سے ایک کو قاعدہ اور دوسرے کو عمود کہتے ہیں

کیا آپ جانتے ہیں؟

> اگر کسی مثلث کے اضلاع میں 3:4:5 ہو تو وہ قائمۃ الزاویہ مثلث ہوتی ہے لیکن اس کا معکوس بیان ہمیشہ درست نہیں ہوتا۔

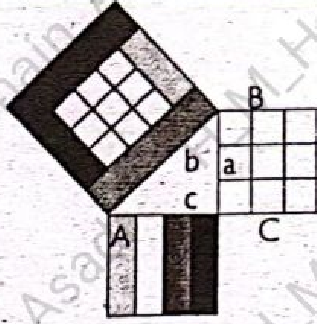
8.2 مسئلہ فیثاغورث کا غیر رسمی ثبوت (Informal Proof of Pythagorus Theorem)

ہم اسے ایک سرگرمی کے ذریعے ثابت کریں گے۔

سرگرمی سامان: گتہ، قینچی، رنگدار پنسلیں۔ پیمانہ

مدارج عمل:۔

(i) ایک قائمۃ الزاویہ مثلث ABC بنائیں جس میں



اور اس کے اضلاع کی لمبائیاں بالترتیب a, b اور c فرض کریں (وتر کی لمبائی c ہوگی)

(ii) مثلث کے تینوں اضلاع پر دی گئی شکل کے مطابق a, b, c اضلاع کے مربعے بنائیے۔

(iii) چونکہ a:b:c=3:4:5 کو a, 3 اور b, 4 اور c کو 5 برابر حصوں میں تقسیم کیجئے۔

(iv) دی گئی شکل کے مطابق مربعوں کو مستطیلی پیٹوں میں تقسیم کریں اور ان پیٹوں میں مختلف رنگ بھر دیجئے۔

(v) اب قینچی لیجئے اور احتیاط سے a اور b ضلع والے مربعوں کو کاٹ لیجئے۔

(vi) اب b ضلع والے مربع کی مستطیلی پٹیاں کاٹ لیجئے اور c ضلع والے مربع میں ضلع a والا مربع اور یہ مستطیلی پٹیاں دی گئی شکل کے مطابق سیٹ کرلیں۔

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ

ضلع c والے مربع کا رقبہ ضلع a اور ضلع b والے مربعوں کے رقبوں کے مجموعہ کے برابر ہے۔

پس ثابت ہوا $c^2 = a^2 + b^2$

(وتر)^2 = (عمود)^2 + (قاعدہ)^2

یاد رکھئے

ضلع a کے مربع کا رقبہ a^2 ہے ضلع b کے مربع کا رقبہ b^2 ہے ضلع c کے مربع کا رقبہ c^2 ہے۔

8.3 مسئلہ فیثا غورث کا استعمال

(Application of Pythagoras Theorem)

کسی قائمۃ الزاویہ مثلث کے کوئی سے دو اضلاع کی لمبائیاں دی گئی ہوں تو مسئلہ فیثا غورث کا

استعمال کرتے ہوئے ہم تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کر سکتے ہیں۔

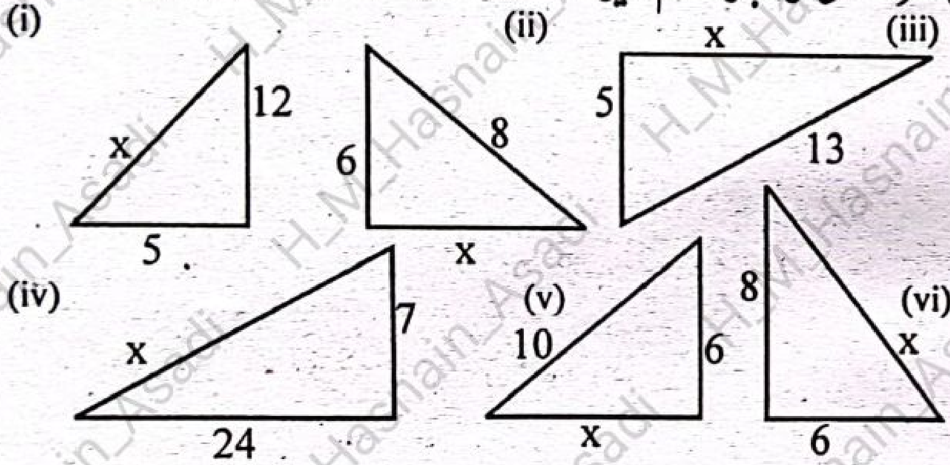
یعنی $c^2=a+b$

تو $a^2=c+b$

اور $b^2=c+a$

مشق 8.1

دی گئی قائمۃ الزاویہ مثلثوں میں دو دو اضلاع کی لمبائی (سم) میں دی گئی ہے۔ نیز ہر ایک میں تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کریں؟ (مثلثین سکیل کے مطابق نہیں بنائی گئیں)



2۔ ایک مساوی الساقین قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی 98^2 سم ہے۔ برابر (متماثل) ضلعوں کی لمبائی معلوم کریں۔

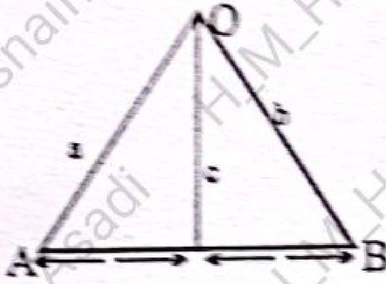
3۔ ایک 10 میٹر لمبی سیڑھی دیوار کے ساتھ کھڑی کی گئی ہے۔ سیڑھی کا نچلا سرا دیوار سے 6 میٹر دور زمین پر لگا ہوا ہے بتائیے کہ زمین سے اوپر کتنے فاصلہ پر سیڑھی کا اوپر والا سرا دیوار کو چھو رہا ہے۔؟

4۔ ایک مثلث ABC جس میں۔

$m\angle c = 90^\circ$ ہے اور $Mca=7.2cm, mBC=2.1cm$ ہے $\overline{AB}$ کی لمبائی معلوم کریں۔ X

5۔ سامنے دی گئی شکل ثابت کریں۔

$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$



6- ایک کھمبے کا سایہ اس کے پاؤں سے 2.8 میٹر کی دوری تک جاتا ہے۔ اگر سایے کے سرے کا کھمبے کے سرے سے فاصلہ 10.5 میٹر ہو تو کھمبے کی لمبائی معلوم کریں۔

7- اگر a,b,c کسی مثلث کے اضلاع ہوں تو درج ذیل میں سے کونسی مثلثیں قائمۃ الزاویہ نہیں ہیں۔

(i) $a=6, b=5, c=7$

(ii) $a=8, b=9, c=145$

(iii) $a=12, b=5, c=13$

<C,<B,<A میں سے کوئی بھی زاویہ قائم ہو سکتا ہے۔

8- اگر کسی قائمۃ الزاویہ مثلث ABC کا C وتر ہو اور a,b اس کے دوسرے اضلاع ہوں تو مطلوبہ لمبائی معلوم کریں۔

(i)	$a=60$cm,	$c=61$cm,	$b=?$
(ii)	$a=\frac{5}{12}$cm,	$c=\frac{13}{12}$ cm,	$b=?$
(iii)	$c=2.6$m,	$a=2.6$m,	$b=?$
(iv)	$b=10$m,	$a=2\sqrt{5}$m,	$c=?$
(v)	$b=5$dm,	$a=5\sqrt{7}$dm,	$c=?$
(vi)	$c=10\sqrt{2}$dm,	$b=5\sqrt{3}$dm,	$a=?$

9- ایک گھر کے سامنے کی دیوار ایک متماثل الساقین مثلث کے مشابہ ہے، دیوار کے قائدہ کی لمبائی 10 میٹر ہے۔ گھر کی اونچائی معلوم کریں۔

ہیروز فارمولا (Hero's Formula)

پچھلی جماعتوں میں ہم قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ نکالنے کا طریقہ سیکھ چکے ہیں۔ مثلثی علاقوں کا رقبہ

معلوم کرنے کے کئی طریقوں میں سے ایک طریقہ ہیروز فارمولا ہے۔

یہ فارمولا ایک یونانی ریاضی دان ہیرو نے معلوم کیا اور اس کے نام پر اسے ہیروز فارمولا کہتے ہیں۔

ذہن میں رکھیے:

> ہیروز فارمولا ایسی مثلث کا رقبہ معلوم کرنے کے لئے استعمال ہوتا ہے جس کے تینوں اضلاع کی مقداریں معلوم ہوں۔

8.4 ہیروز فارمولا کا بیان (Statement of Hero's Formula)

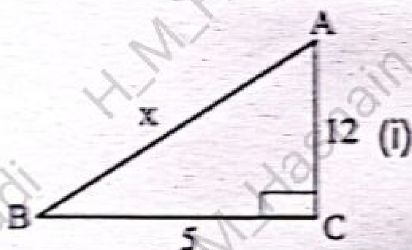
اگر a، b اور c کسی مثلث ABC کے اضلاع کی لمبائیاں ہوں تو مثلث ABC کا رقبہ جسے ABC سے ظاہر کرتے ہیں درج ذیل فارمولا سے معلوم کیا جا سکتا ہے۔

$$S=\frac{A+b+c}{2} \quad \Delta ABC=\sqrt{s(s-a)(s-b)s-c)}$$

---

1) دی گئی قائمۃ الزاویہ مثلثوں میں دو اضلاع کی لمبائیاں (سم) میں دی گئی ہیں۔ ہر ایک میں تیسرے ضلع کی لمبائی معلوم کریں۔

(i)



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$(\text{وتر})^2=(\text{عمود})^2+(\text{قاعدہ})^2$

$(x)^2=(12)^2+(5)^2$

$(x)^2=144+125$

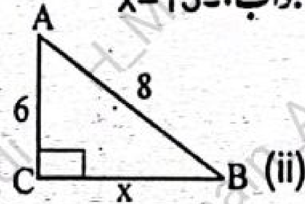
$(x)^2=169$

طرفین کا جذر لینے سے $\sqrt{(x)^2} = \sqrt{169}$

$x=13$

جواب:۔ $x=13$

(ii)



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2$

$(8)^2=(6)^2+(x)^2$

$64=36=(x)^2$

$64-36=(x)^2$

$28=x^2$

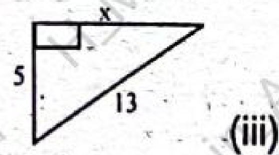
طرفین کا جذر لینے سے $\sqrt{x^2} = \sqrt{28}$

$x \sqrt{4x7}$

$x=2\sqrt{7}$

جواب:۔ $x=2\sqrt{7}$

(iii)



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$(\text{قاعدہ})^2 + (\text{عمود})^2 = (\text{وتر})^2$

$(13)^2=(5)^2+(x)^2$

$169=25+x^2$

$169-25=x^2$

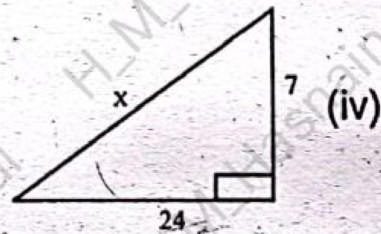
$144=x^2$

طرفین کا جذر لینے سے $\sqrt{144}=\sqrt{x^2}$

$12=x$

جواب:- $x=12$

(iv)



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$(\text{وتر})^2=(\text{عمود})^2+(\text{قاعدہ})^2$

$(x)^2=(7)\ x924)$

$(x)^2=49+576$

$(x)^2=625$

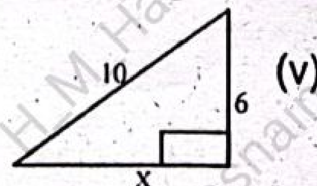
$\sqrt{(x)^2}=\sqrt{625}$

$x=\sqrt{25\times25}$

$x=25$

جواب $x=25$

(v)



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$(\text{قاعدہ})^2+(\text{عمود})^2=(\text{وتر})^2$

$(10)^2=(6)^2+(x)^2$

$100-36+(x)^2$

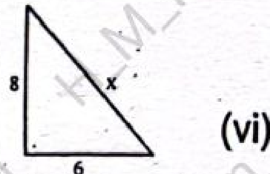
$64=(x)^2$

$\sqrt{64}=\sqrt{(x)^2}$

$\sqrt{8x8}=x$

$8=x$

جواب $8=x$



(vi)

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$(\text{قاعدہ})^2+(\text{عمود})^2=(\text{وتر})^2$

$=(8)^2+(6)^2$

$(\text{وتر})^2=(8)^2+(6)^2$

$(\text{وتر})^2=64+36$

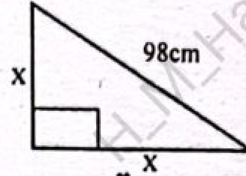
$(\text{وتر})^2=100$

$\sqrt{(x)^2}=100$

$x=10$

جواب:۔ $x=10$

(2) ایک مساوی الساقین قائمۃ الزاویہ مثلث میں وتر کی لمبائی 92 سم ہے۔ برابر متماثل ضلعوں کی لمبائی معلوم کریں۔



فرض کیا متساوی الساقین مثلث ہیں۔

ہر ضلع = x سم ہے

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(98)^2 = (x)^2 + (x)^2$

$9604 = (x)^2 + (x)^2$

$9604 = 2x^2$

طرفین کو "2" پر تقسیم کیا $\frac{2x}{2} = \frac{9604}{2}$

$x = 4802$

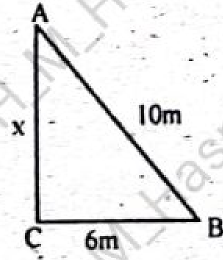
$\sqrt{x} = \sqrt{2 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7}$

$x = 7 \times 7\sqrt{2}$

$x = 49\sqrt{2}$ cm

متماثل ضلع میں ہر ایک $49\sqrt{2}$ سم

(3) ایک 10 میٹر لمبی سیڑھی دیوار کے ساتھ کھڑی کی گئی ہے۔ سیڑھی کا نچلا سرا دیوار سے 6 میٹر زمین پر لگا ہوا ہے بتائیے کہ زمین سے اوپر کتنے فاصلے پر سیڑھی کا اوپر والا سرا دیوار کو چھو رہا ہے۔



ΔABC

دیوار کی بلندی $=\overline{AC}$

سیڑھی کے نچلے سرے اور دیوار کا درمیانہ فاصلہ $=\overline{BC}$

سیڑھی کی لمبائی $=\overline{AB}$

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$(\overline{AB})^2=(\overline{AC})^2+(\overline{BC})^2$

$(10) = (x)^2 + (6)^2$

$100= (x)^2 +36$

$(x)^2 =100-36$

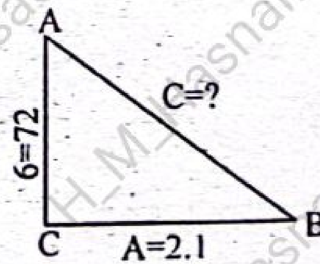
$(x)^2 = 64$

$\sqrt{(x)^2} =\sqrt{64}$

$x=8m$

(4) ایک مثلث A B C جس میں $m<c = 90$ اور

$m\overline{CA}=7.2cm, m\overline{BC}=2.1cm$ ہے۔ $\overline{AB}$ لمبائی معلوم کریں



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$C^2=a^2+b^2$

$(C)^2 = (2.1)^2 + (7.2)^2$

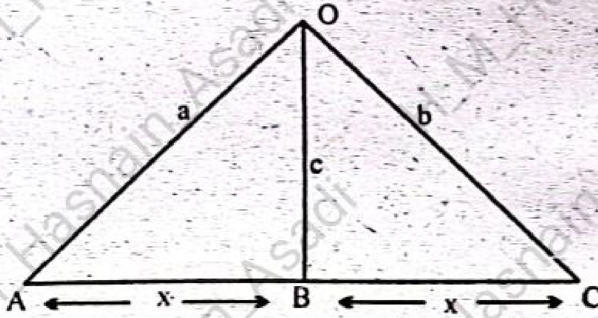
$(C)^2 + 4.41+51.84$

$(C)^2 + 56.25$

$\sqrt{(C)^2}=\sqrt{(7.5)^2}$

جواب:۔ C=7.5cm

(5) سامنے دی گئی شکل میں ثابت کریں کہ a -x = b - y-



ΔAOC میں

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$(\text{وتر})^2=(\text{عمود})^2+(\text{قاعدہ})^2$

$(a)^2=(c)^2+(x)^2$

$a^2=c^2+x^2$

$a^2-x^2=c^2$

$c^2=a^2-x^2$ (i)

اب ΔBOC میں

مسئلہ فیثا غورث کے مطابق

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(b)^2 = (c)^2 + (y)^2$

$b^2 = c^2 + y^2$

$b^2 - y^2 = c^2$

$c^2 = b^2 - y^2 \rightarrow \text{(ii)}$

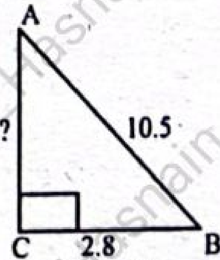
مساوات (i) اور مساوات (ii) سے

$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$

$a^2 - x^2 = b^2 - y^2$

ثابت ہوا کہ $a^2 - x^2 = b^2 - y^2$

(6) ایک کھمبے کا سایہ اس کے پاؤں سے 2.8 میٹر کی دوری تک جاتا ہے۔ اگر سائے کے سرے کا کھمبے کے سرے سے فاصلہ 10.5 میٹر ہو تو کھمبے کی لمبائی معلوم کریں



ΔABC میں کھمبے کی اونچائی $\overline{AC}$

سایہ $\overline{BC} = 2.8m$

مسئلہ فیثا غورث کے مطابق

$(\text{وتر})^2 = (\text{عمود})^2 + (\text{قاعدہ})^2$

$(10.5)^2 = (AC)^2 + (2.8)^2$

$110.25 = (AC)^2 + 7.84$

$110.25 - 7.84 = (AC)^2$

$102.41 = (AC)^2$

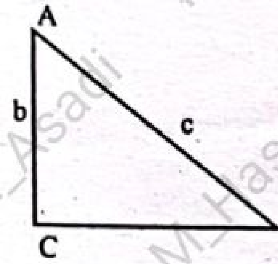
$$\sqrt{(AC)^2} = \sqrt{102.41}$$

$$AC=10.12m$$

پس کھمبے کی لمبائی 10.12 میٹر ہے۔

(7) اگر c,b,a کسی مثلث کے ہوں تو درج ذیل میں سے کونسی مثلثیں قائمۃ الزاویہ نہیں ہیں۔

(i)



$$a=6 \quad b=5 \quad c=7$$

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(c)^2 = (a)^2 + (b)^2$$

$$(7)^2 = (6)^2 + (5)^2$$

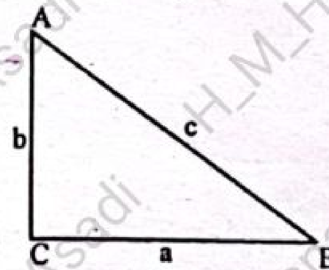
$$49=35+25$$

$$49=61$$

$$49=61$$

اس لئے یہ قائمۃ الزاویہ مثلث کی مقداریں نہیں ہیں۔

(ii)



$$a = 8, b=9, c=\sqrt{145}$$

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$(\text{وتر})^2=(\text{عمود})^2+(\text{قاعدہ})^2$$

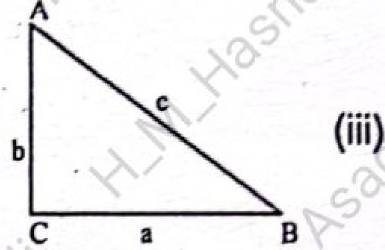
$$\sqrt{(145)}^2= (9)^2 + (8)^2$$

$$145 = 81+64$$

$$145=145$$

قائمۃ الزاویہ مثلث ہے۔

(iii) $a=12, b=5, c=13$



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(13)^2 = (12)^2 + (5)^2$$

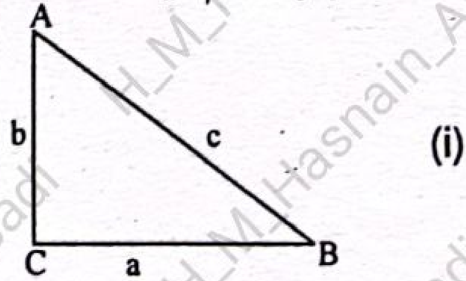
$$169=144+25$$

$$169=169$$

قائمۃ الزاویہ مثلث کی مقداریں ہیں۔

(8) اگر کسی قائمۃ الزاویہ مثلث ABC میں C وتر ہو اور a, b اس کے دوسرے اضلاع ہوں تو مطلوبہ لمبائی معلوم کریں۔

(i) $a=60cm. \ c=61cm$



$$b=?$$

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a + b^2$$

$$(61)^2 = (69)^2 + (b)^2$$

$3721=3600+b^2$

$3721-3600+b^2$

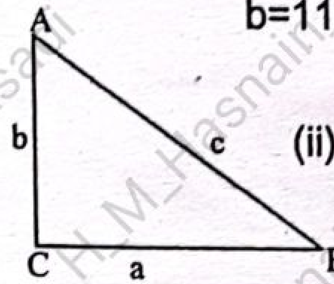
$3721-3600=b^2$

$121=b^2$

$11=b$

$b=11$

(ii)



$a=\frac{5}{12}$ cm, $b=?$, $c=\frac{13}{12}$ cm

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$c^2=a^2+b^2$

$\left(\frac{13}{12}=\frac{5}{12}\right)+b^2$

$\frac{148}{144}=\frac{25}{144}+b^2$

$\frac{149}{144}-\frac{25}{144}=b^2$

$\frac{169}{144}-25=b$

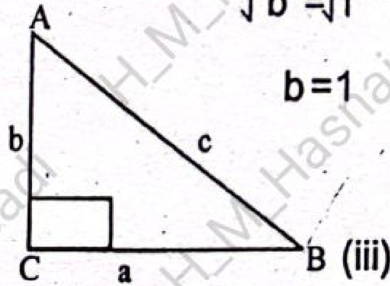
$\frac{144}{144}=b$

$a = v^2$

$\sqrt{b} = \sqrt{1}$

$b = 1$

c=2.6, a=2.4m, b=?



(iii)

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$c^2 = a^2 + b^2$

$(2.6)^2 = (2.4)^2 + b^2$

$6.76 = 5.76 + b^2$

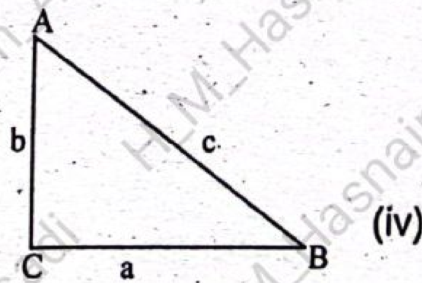
$6.76 - 5.76 + b^2$

$1 = b^2$

$\sqrt{b} = \sqrt{1}$

$b = 1$

b=10, 1=4 5, c =?



(iv)

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$c^2 = a^2 + b^2$

$(c^2) = (4\sqrt{5})^2 + (10)^2$

$c^2 = 16 \times 5 + 100$

$c^2=80+100$

$c^2=180$

$\sqrt{c}=\sqrt{180}$

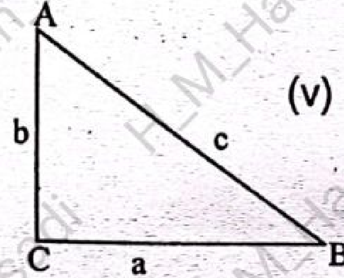
$\sqrt{c}=\sqrt{2\text{x}2\text{x}3\text{x}3\text{x}5}$

$\sqrt{c}=2\text{x}3\sqrt{5}$

$c=6\sqrt{5}$

(v)

b=5dm,a=5 7 dm, c = ?



مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$c^2=a^2+b^2$

$c^2=(5\sqrt{7})^2+(5)^2$

$c^2=25\text{x}7+25$

$c^2=175+25$

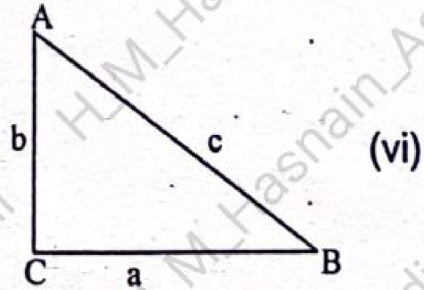
$c^2=200$

$\sqrt{c^2}=\sqrt{200}$

$\sqrt{c^2}=10\text{x}10\text{x}2$

$c=10\sqrt{2}$

(vi)



c=10 2dm, b = 5 3dm,a=?

مسئلہ فیثاغورث کے مطابق

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$(10\sqrt{2})^2 = a + (25\sqrt{3})^2$$

$$200 \times 2 = a^2 + 25 \times 3$$

$$200 = a^2 + 75$$

$$200 - 75 = a^2$$

$$125 = a^2$$

$$\sqrt{125}^2 = \sqrt{a^2}$$

$$5\sqrt{5} = a$$

$$a = 5\sqrt{5}\ \text{dm}$$

مشق 8.2

1۔ ایک مثلث کے اضلاع کی مقدار 53m,60m اور 111m ہیں اس مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کریں۔

2۔ مندرجہ ذیل اضلاع والی مثلثوں کا رقبہ معلوم کریں۔

(i) 13cm,14cm,15cm (ii) 5cm,12cm,13cm,)iii)103cnm115cm,13cm

3۔ اگر مثلث ABC کے راسوں B,A اور C کے متقابلہ اضلاع کی مقداریں بالترتیب b,a اور C ہوں اور مثلث کا احاطہ 2s ہو تو نیچے دیئے گئے ہر سوال میں مطلوبہ مقداریں معلوم کیجئے۔

(i)	a= 5m,b=7m,s=9m,s=	____	ΔABC = ____
(ii)	a= 10m,b=8ms,=12m,c=	____	ΔABC = ____
(iii)	a=3cm,s=8.5cn,s=8m,b=	____	ΔABC = ____
(iv)	a=3.5dm,b=2.5dm,c=4.5dm,s=	____	ΔABC = ____

---

(1) ایک مثلث کے اضلاع کی مقداریں 53m,60m اور 11m ہیں۔ اس مثلثی علاقے کا رقبہ معلوم کریں۔

مثلث کے اضلاع کی مقداریں۔

60m,53,11m

$$s=\frac{a+b+c}{2}$$

$$s=\frac{60+53+111}{2}=\frac{224}{2}=112m$$

$$ABC = \sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)(s-c)}$$

$ABC = \sqrt{112(112-60)(112-53)(112-111)}$

$ABC = \sqrt{112(52)(59)(1)}$

$ABC = \sqrt{112 x 52 x 59}$

$ABC = \sqrt{343616}$

$ABC = 586.19m^2$

(2) مندرجہ ذیل اضلاع والی مثلثوں کا رقبہ معلوم کیجئے۔

(i) 13cm,14cm. 15cm

$s = \frac{a+b+c}{2} = \frac{13+14+15}{2}$

$x = \frac{42}{2} = 21$

$ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$ABC = \sqrt{21(21-13)(21-14)(21-15)}$

$ABC = \sqrt{21(8)(7)(6)}$

$ABC = \sqrt{3x7x2x2x2x7x2x3}$

$ABC = 2x2x3x7$

$ABC = 4x21$

$ABC = 84cm$

5cm, 12cm, 13cm (ii)

$$s=\frac{a+b+c}{2}$$

$$s=\frac{5+12+13}{2}=\frac{30}{2}=15$$

$$ABC=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$ABC=\sqrt{15(15-5)(15-12)(15-13)}$$

$$ABC=\sqrt{15(10)(3)(2)}$$

$$ABC=\sqrt{3x5x3x5x3x2}$$

$$ABC=2x3x5=30cm$$

103cm, 115cm, 13cm (iii)

$$s=\frac{a+b+c}{2}$$

$$s=\frac{103+115+13}{2}=\frac{231}{2}=115{:}5$$

$$ABC=\sqrt{115.5(115.5-103)(115.5-115)(115.5-13)}$$

$$ABC=\sqrt{115.5(112.5)(0.5)(102.5)}$$

$$ABC=\sqrt{665929.6875}$$

$$ABC=\sqrt{816.65cm}$$

(3) اگر مثلث ABC کے راسوں B,A اور C کے مقابلہ اضلاع کی مقداریں بالترتیب b,a اور c اور مثلث کا احاطہ 2s ہو تو نیچے دیے گئے ہر سوال میں مطلوبہ مقداریں معلوم کیجئے۔

(i $a=5m, b=7m, c=?, s=9m$

$$2s=a+b+c$$

a,s اور b کی قیمتیں درج کرنے سے $2\times9=5+7+c$

$$18=12+c$$

$$18-12=c$$

$$6=c$$

$$2s=a+b+c$$

$$2s=5+7+6$$

$$2s=18$$

مثلث ABC کا احاطہ 18 میٹر

$$ABC=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

$$ABC=\sqrt{9(9-5)(9-7)(9-6)}$$

$$ABC=\sqrt{4(4)(2)(3)}$$

$$ABC=\sqrt{3\times3\times2\times2\times3}$$

$$ABC=2\times3\times\sqrt{2\times3}$$

$$ABC=6\sqrt{6}m$$

(ii) $a=10m, b=8m, s=12m, c=?$

$2s=a+b+c$

a,s اور b کی قیمتیں درج کرنے سے $2x12=10+8+c$

$24=18+c$

$24-18=c$

$6=c$

$ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$ABC = \sqrt{12(12-10)(12-8)(12-6)}$

$ABC = \sqrt{12(2)(4)(6)}$

$ABC = \sqrt{(2x2x3x2x2x2x2x3)}$

$ABC = 2x2x2x3$

رقبہ $ABC = 24m^2$

$2s=a+b+c$

$2s=10+8+6$

$2s=24m$

احاطہ = 24 میٹر

(iii) $a=3cm, s=9.5cm, b+?, c=9cm$

$2s=a+b+c$

$2x9.5=3+b+9$

$19=12b$

$19-12=b$

$7=b$

$b=7cm$

$ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

$ABC = \sqrt{9.5(9.5-3)(9.5-7)(9.5-9)}$

$ABC = \sqrt{9.5(6.5)(2.5)(0.5)}$

$ABC = \sqrt{77.1875}$

رقبہ $ABC=8.79m$

$2s=a+b+c$

$2s=3+7+9$

$2s=19m$

احاطہ=19 میٹر

(iv) $a=3.5dm, b=2.5dm, c=4.5dm, s=?$

$S=\frac{a+b+c}{2}$